Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
Среднерусский институт управления - филиал
ФАКУЛЬТЕТ «Государственное, муниципальное управление и экономика народного хозяйства»
КАФЕДРА «Социология и информационные технологии»

Меркулов Павел Александрович

Подписан: Меркулов Павел Александрович
Основание: я подтверждаю этот документ
Местоположение: Среднерусский институт управления - филиал РАНХиГС
Дата: 2021.02.03 13:33:19+03'00'

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры «Социологияя и информационные технологии»
Протокол № 1 от 27.08.2019 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.06 МАТЕМАТИКА

Специальность 38.05.02 «Таможенное дело»
Специализация «Таможенные операции и таможенный контроль»
Квалификация: специалист таможенного дела
Форма обучения: заочная
Год набора: 2020

Орел, 2019 г.

Автор-составитель:

Старший преподаватель кафедры
«Социология и информационные технологии» Т.Н. Афонина

Заведующий кафедрой
«Социология и информационные технологии»
доктор социологических наук, доцент Н.В. Проказина

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы..... 4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы..... 5
3. Содержание и структура дисциплины 6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 65
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "интернет", учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 67
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы..... 69

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Дисциплина Б1.Б.06 МАТЕМАТИКА обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов:

ОПК – 1 - Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

Таблица 1

Этапы освоения компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенций	Наименование этапа компетенции
ОПК-1	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-1.1	Способность применять инструментарий математики, теории вероятностей и математической статистики
		ОПК-1.2	Способность применять инструментарий математического анализа

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 2

Результаты освоения компетенций

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ОПК-1.1	-Сформированы знания определений и теорем математики и математического анализа; -Сформированы умения использовать инструментарий математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; -Сформированы навыки использования различных методов решения задач математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
ОПК-1.2	-Сформированы знания определений и теорем математики и математического анализа; - Сформированы умения использовать инструментарий математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;

	-Сформированы навыки использования различных методов решения задач математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;

2. ОБЪЕМ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Таблица 3

Объем дисциплины

Вид учебных занятий и самостоятельной работы		**Объем дисциплины, час.**									
		Всего	**Семестр, курс**								
			1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Аудиторная работа, в том числе:		31	16	15							
Лекционного типа (Л)		6	4	2							
Лабораторные работы (практикумы) (ЛР)		8	4	4							
Практического (семинарского) типа (ПЗ)		8	8								
Контролируемая самостоятельная работа обучающихся (КСР):		9		9							
Контактная внеаудиторная работа, в т.ч. проводимая в электронной информационно-образовательной среде											
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (всего):		329	190	139							
Промежуточная аттестация	Форма	Экз.		экзамен.							
	Час.			27							
Общая трудоемкость (час./з.е.)		**360/10**	**216/6**	**144/4**							

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина **МАТЕМАТИКА** относится к базовой части (Б1.Б.06) подготовки экономистов по специальности 38.05.02 «Таможенное дело».

Освоение дисциплины опирается на сформированность на уровне среднего общего образования математической и информационной культуры. Требования к входным знаниям и умениям студента:

- знание элементарной математики, алгебры, геометрии, свойств элементарных функций;
- знание основ информатики.

Дисциплины, опирающиеся на материал дисциплины «Математика»:

Б1 Б.07 Информационные технологии в таможенном деле

Б1.Б.11 Общая теория статистики

Б1.Б.12 Таможенная статистика

Б1.Б.13 Экономический анализ

Б2.В.02(П) Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

Б2.В.03(Пд) Преддипломная практика

3. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Структура дисциплины

Таблица 4

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР, в т.ч. КВР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Линейная алгебра.	38	1		1		36	О,СР,РСЗ,ЛР
Тема 2	Векторная алгебра.	40	1	2	1		36	О, СР, Т
Тема 3	Основы аналитической геометрии на плоскости.	38	1		1		36	О, СР, Т
Тема 4	Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	38		2			36	О, Т, ЛР
Тема 5	Основы интегрального исчисления	38	1		1		36	О, Т, РСЗ, ЛР
Тема 6	Анализ функций многих переменных.	38		2			36	О, Т, РСЗ, ЛР
Тема 7	Дифференциальные уравнения (ДУ).	38	1		1		36	О, Т, ЛР
Тема 8	Основные понятия ТВ. Случайные события. Случайные величины.	38		2			36	О,Т,СР,ЛР

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР, в т.ч. КВР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 9	Основы математической статистики.	45	1		3		41	О,Т, СР, РСЗ
Промежуточная аттестация		27						Экзамен
Всего:		**360**	**6**	**8**	**8**	**9**	**329**	

Примечание. Форма текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), самостоятельная работа (СР), решение ситуационных задач (РСЗ), расчетно-графическая работа (РГР), контрольная работа (КР), лабораторная работа (ЛР).

Содержание дисциплины

Тема 1. Линейная алгебра.

Матрицы и определители. Матрицы. Порядок матрицы. Определители. Миноры. Алгебраические дополнения. Определитель матрицы любого порядка. Операции над матрицами (сложение, умножение на скаляр, транспонирование). Скалярное произведение. Умножение матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейные операторы и матрицы. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричные уравнения. Метод Гаусса. Применение матриц для решения систем уравнений. Приложения матричной алгебры к исследованию социально-экономических явлений и процессов. Модель В.Леонтьева многоотраслевой экономики.

Тема 2. Векторная алгебра.

Арифметические векторы и действия над ними. Коллинеарность, компланарность векторов. Действия над векторами в R^2 и R^n. Произведение векторов (скалярное, векторное, смешанное). Система векторов. Базис векторного пространства. Линейная зависимость системы векторов.

Тема 3. Основы аналитической геометрии на плоскости.

Основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Прямоугольные координаты на плоскости (R^2). Евклидово пространство. Расстояние между двумя точками в R^2 . Понятие о многомерном пространстве R^n. Евклидово расстояние в R^n. Простейшие геометрические образы. Прямая в R^2. Различные виды уравнений прямой. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.

Тема 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Понятие множества, классификация множеств, операции над множествами. Функции. Область определения, множество значений. Функциональная зависимость. Обратная функция, сложная функция. Четные, нечетные, периодические функции. Элементарные функции. Графики основных элементарных функций. Правила преобразования графиков функций.

Понятие производной. Основные правила и формулы дифференцирования. Производные высших порядков. Использование понятия производной в экономике. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложениях. Дифференциальные характеристики: производная первого порядка, их геометрический и физический смысл. Производные высших порядков. Линеаризация функции. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Приложение производной к исследованию функций и построению графиков. Монотонность функции. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума. Перегиб. Выпуклость функции.

Приложения анализа функции одной переменной к задачам экономики. Особенность представления экономических функций. Классические методы оптимизации. Функции спроса и предложения. Функция полезности. Кривые безразличия. Определение точки равновесия аналитическим способом. Дуговая и точечная эластичность.

Тема 5. Основы интегрального исчисления

Интегральное исчисление. Первообразная и ее свойства. Основные методы интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям. Основные классы интегрируемых функций. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических выражений.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Несобственные интегралы. Приложения интегрального исчисления к задачам экономики и управления. Задача о непрерывных процентах. Анализ производственной функции.

Тема 6. Анализ функций многих переменных.

Понятия функции нескольких переменных. Линии уровня. Частные производные функции и полный дифференциал. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа.

Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики. Производственная функция. Изокванты. Эластичность выпуска по труду и капиталу. Эластичность производства. Функция полезности. Кривые безразличия. Особенности производственной функции Кобба-Дугласа.

Тема 7. Дифференциальные уравнения (ДУ).

Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Экспоненциальная модель роста. Геометрический смысл дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Математические модели социально-экономических явлений и процессов. Об-щее и частное решения. Метод изоклин. ДУ 1-го и 2-го порядка. Простейшие дифференциальные уравнения. Логистическая кривая как решение дифференциального уравнения. ДУ *n*-го порядка.

ДУ *n*-го порядка. ДУ со специальной правой частью. Применение ДУ в исследовании экономических процессов.

Тема 8. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность.

Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Условные вероятности. Вероятность комбинаций событий. Формула полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности. Полная группа событий. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Функции Гаусса и Лапласа. Теорема Пуассона.

Основные распределения СВДТ (равномерное, гипергеометрическое, геометрическое, Пуассона, биномиальное). Распределения СВНТ: равномерное, экспоненциальное. Нормальное распределение. Плотность и функция нормального распределения. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.

Тема 9. Основы математической статистики

Цели и задачи статистического наблюдения. Генеральная и выборочная совокупность. Виды выборок. Характеристики положения и рассеяния. Точечное и интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Проверка статистических гипотез.

Основные виды многомерного статистического анализа. Линейная регрессионная модель. Задачи линейного регрессионного анализа. Корреляционный анализ. Связь корреляционного и регрессионного анализа. Понятие о факторном, дискриминантом и кластерном анализе.

4. МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

– при проведении занятий лекционного типа: опрос;

– при проведении лабораторных работ: проверка выполненного задания, проверка отчета о лабораторной работе;

– при проведении практических занятий: опрос, проверка выполненного задания, тестирование.

4.1.2 Зачеты и экзамен по дисциплине «Математика» проводятся с применением следующих методов (средств):

Экзамен по дисциплине «Математика» проводится в устной форме в виде ответов на вопросы и письменной форме в виде тестирования.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Вопросы для подготовки к опросу

Тема 1. Линейная алгебра.

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.
2. Определители. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей.
3. Определители n - го порядка. Методы вычисления определителей. Теорема Лагранжа.
4. Применение матриц и определителей к решению систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера – Капели. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение однородных систем уравнений.
6. Модель В. Леонтьева многоотраслевой экономики.
7. Матрица прямых затрат. Продуктивность матрицы прямых затрат.
8. Использование модели В. Леонтьева в целях планирования

производства.

Тема 2. Векторная алгебра.

1. Определение вектора.
2. Длина (модуль) ненулевого вектора?
3. Коллинеарность векторов
4. Компланарность векторов
5. Скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Определение скалярного произведения векторов, заданных в координатной форме.
6. Условие перпендикулярности двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
7. Условие коллинеарности двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
8. Векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
9. Смешанное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
10. Определение линейно зависимой (линейно независимой) системы векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_s$

Тема 3. Основы аналитической геометрии на плоскости.

1. Способы задания прямой на плоскости.
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
3. Уравнение прямой в отрезках на осях.
4. Общее уравнение прямой.
5. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении.
6. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
7. Определение угла между двумя прямыми
8. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
9. Расстояние от точки до прямой

Тема 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Определение множества.
2. Основные числовые множества.
3. Что называется функцией, областью определения? Каковы способы задания функции?
4. Основные элементарные функции.
5. Что называется окрестностью точки?
6. Дать определение предела функции в точке.
7. Какие функции называются бесконечно малыми и бесконечно большими? Каковы их свойства?
8. Определение непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва
9. Производной функции в точке. Геометрический смысл.
10. Правила нахождения производной функции. Производная сложной функции.
11. Производные основных элементарных функций.
12. Производные высших порядков.
13. Какие точки называются критическими точками?
14. Что такое точки экстремума, экстремальные значения функции?
15. Сформулировать необходимое условие существования экстремума функции в точке.

16. Сформулировать достаточное условие существования экстремума функции в точке.

17. Точки перегиба. Достаточное условие существования перегиба графика функции в точке.

18. Что называется асимптотами графика функции?

19. Общая схема исследования функции

20. Функция спроса. Функция предложения.

21. Определение эластичности экономических функций.

22. Определение точки балансового равновесия.

Тема 5. Основы интегрального исчисления

1. Интегральное исчисление.
2. Первообразная и ее свойства.
3. Основные методы интегрирования.
4. Определенный интеграл.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Свойства определенного интеграла.
7. Несобственные интегралы.

Тема 6. Анализ функций многих переменных.

1. Понятие функции многих переменных.
2. Частные производные. Частные производные высших порядков.
3. Теорема о равенстве смешанных производных.
4. Дифференцируемые функции. Дифференциал функции.
5. Экстремумы функций многих переменных.
6. Производственная функция Кобба-Дугласа.
7. Построение изоквант производственной функции.
8. Определение коэффициента заменяемости ресурсов.
9. Определение эластичности производственной функции.

Тема 7. Дифференциальные уравнения (ДУ).

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Экспоненциальная модель роста.
3. Геометрический смысл дифференциальных уравнений 1-го порядка.
4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
5. Общее и частное решения.
6. ДУ 1-го и 2-го порядка.
7. Простейшие дифференциальные уравнения.
8. ДУ *n*-го порядка.
9. ДУ со специальной правой частью.
10. Применение ДУ в исследовании экономических процессов.

Тема 8. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность.

1. Классическое определение вероятности.
2. Условные вероятности.
3. Вероятность комбинаций событий.
4. Формула полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности. Формула Байеса.
5. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли.
6. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Функции Гаусса и Лапласа.
7. Теорема Пуассона.
8. Основные распределения СВДТ (равномерное, гипергеометрическое, геометрическое, Пуассона, биномиальное).
9. Распределения СВНТ: равномерное, экспоненциальное.

10. Нормальное распределение. Плотность и функция нормального распределения. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.

Тема 9. Основы математической статистики

1. Цели и задачи статистического наблюдения.
2. Генеральная и выборочная совокупность. Виды выборок.
3. Характеристики положения и рассеяния.
4. Точечное и интервальное оценивание.
5. Доверительная вероятность.
6. Эмпирическая функция распределения.
7. Графическое изображение статистического распределения.
8. Вариационные ряды и их характеристики

<u>Материалы текущего контроля успеваемости</u>

Тема 1. Линейная алгебра.

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия (примеры):

1. Даны матрицы A=$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти: а) A+B, б) 2A, в) 2A+3B, г) 2B-A, д) AB, е) A^2+3E, ж) AB-BA.

2. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. Вычислить матрицу D=$(AB)'-C^2$, где

A=$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix}$, C=$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Найти произведение матриц A=$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 6 & -5 & 9 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$.

5. Найти обратные матрицы для следующих матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Вычислить определители: $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

7. *Найти обратные матрицы для следующих матриц:* $\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 1 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

8. Решить системы уравнений**:** $\begin{cases} x+3y=7\\ 2x+4y=10\end{cases}$, $\begin{cases}x-2y=5\\ 3x+y=8\end{cases}$, $\begin{cases}2x-3y=13\\ 3x+5y=-9\end{cases}$

9.Представить системы уравнений в матричной форме: $\begin{cases} x+3y+2z=5\\ 2x+4y-2z=8\\ 3x-2y-z=0\end{cases}$,

$\begin{cases}x-2y+4z=11\\ 3x+2y+3z=8\\ 2x+5z=11\end{cases}$

10.Решить матричные уравнения: $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1 & 0 & 7\\ 8 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $X\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

11.Решите систему уравнений $\begin{cases}2x+y-z=3\\ x+y+z=10\\ y+2z=12\end{cases}$ тремя способами:

1) по методу Крамера, 2) матричным способом, 3) методом Гаусса.

Пример решения:

а) Используем метод Крамера:

1) Найдем определитель системы:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & -3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{vmatrix}=-1,$$

$\Delta\neq 0, \Rightarrow$ система совместная

2) Найдем определители, соответствующие 1-ой, 2-ой и 3-й неизвестной.

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}3 & 1 & -1\\ 10 & 1 & 1\\ 12 & 1 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3 & 1 & -1\\ 7 & 0 & 2\\ 9 & 0 & 3\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}3 & 1 & -1\\ 7 & 0 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}=3*(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}7 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=-3,$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}2 & 3 & -1\\ 1 & 10 & 1\\ 0 & 12 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 3 & -1\\ 3 & 13 & 0\\ 4 & 18 & 0\end{vmatrix}=(-1)*(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3 & 13\\ 4 & 18\end{vmatrix}=-2,$$

$$\Delta_z=\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 1 & 10\\ 0 & 1 & 12\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & -1 & -17\\ 1 & 1 & 10\\ 0 & 1 & 12\end{vmatrix}=1*(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-1 & -17\\ 1 & 12\end{vmatrix}=-5.$$

3) По формулам Крамера получаем значения неизвестных:

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{-3}{-1}=3,\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-2}{-1}=2,\quad z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{-5}{-1}=5.$

б) Используем метод обратной матрицы:

1) Выпишем матрицы *A*, *X*, *B*:

$$A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix}x_1&x_2\\y_1&y_2\\z_1&z_2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}.$$

2) Находим $|A|=\begin{vmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{vmatrix}=-1$, т.е. матрица невырожденная.

3) Определяем присоединенную матрицу $\tilde{A}$, транспонированную к ней матрицу и обратную матрицу.

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}1&-2&1\\-3&4&-2\\2&-3&1\end{pmatrix}\quad(\tilde{A})^T=\begin{pmatrix}1&-3&2\\-2&4&-3\\1&-2&1\end{pmatrix}\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}-1&3&-2\\2&-4&3\\-1&2&-1\end{pmatrix}$$

4) Находим решение: $X=A^{-1}B=\begin{pmatrix}-1&3&-2\\2&-4&3\\-1&2&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1\\2&3\\5&4\end{pmatrix}.$

5) Проверка правильности решения:

$$AX=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&1\\2&3\\5&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot3+1\cdot2+(-1)\cdot5&2\cdot1+1\cdot3+(-1)\cdot4\\1\cdot3+1\cdot2+1\cdot5&1\cdot1+1\cdot3+1\cdot4\\0\cdot3+1\cdot2+2\cdot5&0\cdot1+1\cdot3+2\cdot4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}=B$$

в) Используем метод Гаусса:

1) Выпишем расширенную матрицу системы и выполним тождественные преобразования ее строк:

$$A'=\left(\begin{array}{ccc|c}2&1&-1&3\\1&1&1&10\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\2&1&-1&3\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&-1&-3&-17\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&-1&-3&-17\\0&0&-1&-5\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&1&3&17\\0&0&1&5\end{array}\right)$$

$R(A)=R(A')=3$, следовательно система совместна и определена,

2) Полученная расширенная матрица соответствует системе уравнений

$$\begin{cases}x+y+z=10\\y+3z=17\\z=5\end{cases},$$

которая эквивалентна исходной системе.

4) Выполняя обратный ход метода Гаусса, последовательно, находим:

$z=5,\quad y=2,\quad x=3.$

12.Найдите угол между векторами **a** = 2**m**+4**n** и **b** = **m**-**n**, где **m** и **n** - единичные векторы и угол между **m** и **n** равен 120^o.

13.Найти вектор DE+FE, если D (2;3;-4); E (1;6;4); F(0;-3;5).

14.Определить взаимное расположение векторов $\vec{a}(2,-1,0)$ и $\vec{b}(-2,1,3)$.

15.Найти косинус угла BCA в треугольнике ABC и площадь этого треугольника, если A(3;6;-2); B(1;8;1) и C(-1;5;-3)

Самостоятельная работа - решение ситуационных задач (РСЗ) исследования социально-экономических явлений и процессов.

Задачи (примеры) (РСЗ):

1.Фирмой произведено два вида товаров: товар 1 и товар 2. Объем поставок произведенных товаров на оптовые склады №1, №2 и №3 составил соответственно: товар 1 – 1, 7 и 2 (усл.ед.товара), товар 2 – 5, 7 и 6 (усл.ед.товара). Необходимо: 1) Составить матрицу, соответствующую приведенному условию задачи; 2) Составить матрицу, выражающую суммарный объем поставок за два месяца, если поставки за второй месяц заданы матрицей $B=\begin{pmatrix}0 & 7 & 0\\ 10 & 8 & 9\end{pmatrix}$; 3) Выразить объем годовых поставок при неизменном месячном производстве.

Нормы расхода сырья на выпуск трех видов продукции представлены таблицей

Вид сырья	*Наименование продукции*		
	Продукция 1	*Продукция 2*	*Продукция 3*
Сырье 1	2	4	3
Сырье 2	1	0	3

Цена сырья соответственно составляет 20 и 30 усл. ед.

Необходимо определить затраты сырья, необходимого для выпуска 80, 100 и 150 единиц продукции соответствующего вида, и его стоимость.

2.Коммерческий банк выделяет кредиты трем строительным организациям в размере 40, 60 и 75 млн. руб. под годовые процентные ставки 40, 30 и 20 % соответственно. Определить прибыль банка по истечении финансового года.

3.Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Характеристики производства указаны в таблице:

Вид сырья	*Расход сырья по видам продукции, вес. ед./изд.*			*Запас сырья, вес. ед.*
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

4.С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 200 и 300 машин. Первый завод выпустил 350 машин, а второй – 150 машин. Затраты на перевозку машин в каждое автохозяйство приведены в таблице

Завод	*Затраты на перевозку в автохозяйство (ден. ед.)*	
	1	*2*
1	15	20
2	8	25

Минимальные затраты на перевозку определены и составляют 7950 ден. ед. Найти оптимальный план перевозок.

5. Предприятие производит 3 типа продукции, объемы выпуска заданы матрицей $A_{1\times3}=\begin{pmatrix}20 & 42 & 11\end{pmatrix}$. Цена реализации единицы *i*–го типа продукции в *j*–м регионе задана матрицей $B_{n\times k}=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3 & 5\\ 1 & 4 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 6 & 1\end{pmatrix}$, где k=4 – число регионов, в которых реализуется продукция. Найти матрицу выручки по регионам *C*, определить, какой из регионов наиболее выгоден для реализации товара.

Лабораторная работа (решение задач с использованием компьютерных прикладных пакетов).

Цель: Освоение приемов решения основных задач линейной алгебры с помощью приложения Microsoft Excel

1. Вычислить в среде Excel $D=2A+3B-C$.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 4 & 9 & -2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-5 & 4 & 1\\ -1 & 3 & 0\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}-10 & 15 & 0\\ 5 & 20 & 4\end{pmatrix}$$

П р и м е р р е ш е н и я :

1. В диапазон A1:C2 вводим элементы матрицы *A*.
2. В диапазон D1:F2 вводим элементы матрицы *B*.
3. В диапазон G1:I2 вводим элементы матрицы *C*.
4. Выделяем диапазон J1:L2 и в окно формул вводим = 2*A1:C2+3*D1:F2-G1:I2.
5. Нажатием <Ctrl>+<Shift>+<Enter> получаем требуемый результат (рис. 1):



Рисунок 1.

Ответ: $D=\begin{pmatrix}-3 & -3 & 1\\ 0 & 7 & -8\end{pmatrix}$.

2. Вычислить $C=A\cdot B$, *где* $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 3\\ -2 & 4 & 5\\ 3 & -1 & 0\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$

3. Вычислить A^T. $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\ -5 & 4 & 7\end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}-1 & 3 & 1 & 2\\ -5 & 8 & 2 & 7\\ 4 & -5 & 3 & -2\\ -7 & 8 & 4 & 5\end{vmatrix}$

5. Найти матрицу обратную к заданной матрице: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

Самостоятельная работа: «Модель В. Леонтьева многоотраслевой экономики»

Цель работы: Изучение количественных методов матричного анализа, направленных на решение задач экономики и управления. Экономическая интерпретация математических понятий.

Задача 1. В каждом из 4-х районов города работают по 3 студенческих отряда. Матрицы A_1 и A_2 задают объемы (млн.руб.) выполненных работ каждым отрядом в первом и втором полугодии соответственно. Необходимо найти:

1. годовой объем выполненных работ каждым отрядом;
2. прирост объемов производства во втором полугодии по сравнению с первым и проанализировать результаты. Сделать вывод (по каждому району и каждому отряду).

Задача 2. Предприятия сферы молодежного предпринимательства производят n типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей $A_{1\times n}$. Цена реализации единицы i–го типа продукции в j–м регионе задана матрицей $B_{n\times k}$, где k – число регионов, в которых реализуется продукция. Найти матрицу выручки по регионам C, определить, какой из регионов наиболее выгоден для реализации товара.

Задача 3. Для ремонта n молодежных клубов региона используется m видов ресурсов. Норма затрат ресурса i–го вида на ремонт j–го клуба задана матрицей затрат $A_{m\times n}$, общий объем используемых ресурсов – матрицей $X_{n\times 1}$. Стоимость единицы каждого вида стройматериалов задана матрицей $P_{1\times m}$. Найти:

1. матрицу S полных затрат стройматериалов каждого вида;
2. полную стоимость всех затраченных строительных материалов.

Задача 4. Данные баланса двух отраслей промышленности за некоторый период представлены в таблице:

Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2		
1	x_{11}	x_{12}	y_1	x_1
2	x_{21}	x_{22}	y_2	x_2

Требуется:

1. исходя из численных значений, составить таблицу баланса;
2. оценить продуктивность и запас продуктивности матрицы прямых затрат;
3. найти новый вектор конечного продукта, при увеличении конечного продукта первой отрасли в l раз, а второй отрасли – на m %;
4. сформулировать и решить задачу межотраслевого баланса, исходя из численных значений предложенного варианта;
5. оценить изменение валового выпуска по сравнению с исходными величинами.

Пример выполнения задачи 4.

1. Данные баланса двух отраслей промышленности за некоторый период представлены в таблице баланса:

Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	2		
1	24	48	228	300
2	15	25	210	250

2. Оценим продуктивность матрицы прямых затрат.

Составим матрицу прямых затрат: $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, где $a_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{x_j}$ - коэффициенты прямых затрат.

$$a_{11}=\frac{24}{300}=0{,}08,\ a_{12}=\frac{48}{250}=0{,}192,\ a_{21}=\frac{15}{300}=0{,}05,\ a_{22}=\frac{25}{250}=0{,}1.$$

Значит, $A=\begin{pmatrix} 0{,}08 & 0{,}192 \\ 0{,}05 & 0{,}1 \end{pmatrix}$- матрица прямых затрат.

Так как все элементы матрицы А неотрицательны и сумма элементов по любому ее столбцу (строке) не превосходит единицы:

max(0,272; 0,15; 0,13; 0,292) = 0,292 < 1,

то по второму критерию продуктивности матрица прямых затрат продуктивна.

Чтобы оценить запас продуктивности, найдем $(E-\lambda A)^{-1}$ и оценим λ в предположении, что матрица λА продуктивна.

Для этого последовательно определяем:

$$(E-\lambda A)=\begin{pmatrix} 1-0{,}08\lambda & -0{,}192\lambda \\ -0{,}05\lambda & 1-0{,}1\lambda \end{pmatrix},$$

$$|E-\lambda A|=(1-0{,}1\lambda)(1-0{,}08\lambda)-(-0{,}192\lambda)(-0{,}05\lambda)=(1-0{,}08\lambda-0{,}1\lambda+0{,}008\lambda^2)$$

-

$$-\ 0{,}0096\lambda^2=-0{,}0016\lambda^2-0{,}18\lambda+1,$$

$$(E-\tilde{\lambda}A)=\begin{pmatrix} 1-0{,}1\lambda & 0{,}05\lambda \\ 0{,}192\lambda & 1-0{,}08\lambda \end{pmatrix},$$

$$(E-\tilde{\lambda}A)^T=\begin{pmatrix} 1-0{,}1\lambda & 0{,}192\lambda \\ 0{,}05\lambda & 1-0{,}08\lambda \end{pmatrix}$$

$$(E-\lambda A)^{-1}=\frac{1}{-0{,}0016\lambda^2-0{,}18\lambda+1}\begin{pmatrix} 1-0{,}1\lambda & 0{,}192\lambda \\ 0{,}05\lambda & 1-0{,}08\lambda \end{pmatrix}.$$

Для продуктивности последней матрицы необходимо, чтобы все ее элементы были неотрицательны, что возможно при выполнении следующих условий:

$$\begin{cases} -0{,}0016\lambda^2-0{,}18\lambda+1>0 \\ 1-0{,}1\lambda\ge 0 \\ 1-0{,}08\lambda\ge 0. \end{cases}$$

Решаем последовательно каждое неравенство:

1) $-0{,}0016\lambda^2-0{,}18\lambda+1>0$,
$0{,}0016\lambda^2+0{,}18\lambda-1<0$.
$0{,}0016\lambda^2+0{,}18\lambda-1=0$
$D=0{,}18^2+4\cdot 0{,}0016=0{,}0388$
$\lambda_1\approx -117{,}8,\ \lambda_2\approx 5{,}3$.

2) $1-0{,}1\lambda\ge 0$
$\lambda\le -1/(-0{,}1)$
$\lambda\le 10$

3) $1-0{,}08\lambda\ge 0$
$\lambda\le -1/(-0{,}08)$
$\lambda\le 12{,}5$

Окончательно получаем:

$$\begin{cases} \lambda > -117{,}8 \\ \lambda < 5{,}3 \\ \lambda \le 10 \\ \lambda \le 12{,}5 \end{cases}$$, откуда –117,8<λ<5,3.

Таким образом, согласно определению запаса продуктивности, матрица А продуктивна при 1<λ<5,3, т.е. запас продуктивности α = 4,3 – значителен.

3. Найдем новый вектор конечного продукта при увеличении конечного продукта первой отрасли в l = 2,4 раз, а второй отрасли – на m = 20%.

$$\vec{y}^{*} = \begin{pmatrix} 228 \cdot 2{,}4 \\ 210 \cdot 1{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 547{,}2 \\ 252 \end{pmatrix}.$$

4. Задача межотраслевого баланса формулируется следующим образом: «Найти объем валового выпуска продукции, если конечное потребление по отраслям увеличить соответственно до 547,2 и 252 усл. ед.»

Новый вектор валового выпуска найдем по формуле:

$$\vec{x}^{*} = (E - A)^{-1} \cdot \vec{y}^{*}.$$

Последовательно находим:

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 0{,}92 & -0{,}192 \\ -0{,}05 & 0{,}9 \end{pmatrix},$$

Найдем определитель матрицы (E-A):

$$|E - A| = 0{,}9 \cdot 0{,}92 - (-0{,}192)(-0{,}05) = 0{,}828 - 0{,}0096 = 0{,}8184.$$

Составим присоединенную матрицу $(\tilde{E - A})$:

$$(\tilde{E - A}) = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}05 \\ 0{,}192 & 0{,}92 \end{pmatrix},$$

транспонировав, получим: $(\tilde{E - A})^{T} = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}192 \\ 0{,}05 & 0{,}92 \end{pmatrix}$

Матрицу $(E - A)^{-1}$ найдем по формуле: $(E - A)^{-1} = \dfrac{1}{|E - A|}(E - A)^{T}$.

$$(E - A)^{-1} = \frac{1}{0{,}8184}\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}192 \\ 0{,}05 & 0{,}92 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}1 & 0{,}23 \\ 0{,}06 & 1{,}12 \end{pmatrix},$$

Тогда, $\vec{x}^{*} = \begin{pmatrix} 1{,}1 & 0{,}23 \\ 0{,}06 & 1{,}12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 547{,}2 \\ 252 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 601{,}92 + 57{,}96 \\ 32{,}832 + 282{,}24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 659{,}88 \\ 315{,}072 \end{pmatrix}$ - новый вектор валового выпуска.

5. Таким образом, валовый выпуск первой отрасли должен возрасти с 300 усл.ед. до 659,88 усл.ед., т.е. на 359,88 усл.ед. (приблизительно на 120%), Валовый выпуск второй отрасли должен возрасти с 250 усл.ед. до 315,072 усл.ед., т.е. на 65,072 усл.ед. (приблизительно на 26%).

Тема 2. Векторная алгебра

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия (примеры) :

Задачи для практического занятия:

1) Найдите угол между векторами **a** = 2**m**+4**n** и **b** = **m**-**n**, где **m** и **n** - единичные векторы и угол между **m** и **n** равен 120^o.

2) Зная векторы **AB**(-3,-2,6) и **BC**(-2,4,4), вычислите длину высоты AD треугольника ABC.

3) Найти вектор DE+FE, если D(2;3;-4); E(1;6;4); F(0;-3;5).

4) Найти косинус угла BCA в треугольнике ABC и площадь этого треугольника, если A(3;6;-2); B(1;8;1) и C(-1;5;-3).

Лабораторная работа «Действия над векторами»

Цель: приобретение навыков в выполнении действий над векторами и определении линейной зависимости векторов для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

Пример выполнения лабораторной работы (типовой).

Даны векторы $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{k}, \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}, \boldsymbol{c} = 3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}$

а) Вычислить скалярное произведение двух векторов ***a***, 3***b.***

Находим сначала вектор $3\boldsymbol{b}$: $3\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 6\boldsymbol{k}$,ячы

затем скалярное произведение $\boldsymbol{a} \cdot 3\boldsymbol{b}$: $\boldsymbol{a} \cdot 3\boldsymbol{b} = 1 \cdot (-3) + 0 \cdot 3 + 4 \cdot 6 = 21$

б) Проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора ***a***, ***b***.

Так как $\boldsymbol{a} = (1,0,4), \boldsymbol{b} = (-1,1,2)$ и $\frac{1}{-1} \neq \frac{0}{1} \neq \frac{4}{2}$, то векторы ***a*** и ***b*** не коллинеарны. Поскольку $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 7 \neq 0$, то векторы ***a*** и ***b*** не ортогональны.

в) Найти угол между векторами ***a*** и ***c.***

Найдем скалярное произведение векторов ***a***, ***c***.

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} = 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 3$$

Вычислим длины векторов ***a*** и ***c***

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

$$|\boldsymbol{c}| = \sqrt{3^2 + 5^2 + 0^2} = \sqrt{34}$$

Вычислим косинус угла между векторами ***a*** и ***c***

$$\cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{17}\sqrt{34}} = \frac{3}{17\sqrt{2}}$$

Найдем угол между векторами ***a*** и ***c***

$$\varphi = \arccos\left(\frac{3}{17\sqrt{2}}\right).$$

Лабораторная работа (Линейная зависимость системы векторов»

Даны векторы ***a*** (1,3,1,3), ***b*** (2,1,1,2),***c*** (3,-1,1,1). Проверить, являются ли векторы ***a*** , ***b*** ,***c*** линейно зависимыми.

Пример решения:

Составим векторное равенство $C_1\boldsymbol{a} + C_2\boldsymbol{b} + C_3\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$ (∗). Подставив соответствующие координаты векторов в равенство и выполнив действия получим систему:

$$\begin{cases} C_1 + 2C_2 + 3C_3 = 0, \\ 3C_1 + C_2 - C_3 = 0, \\ C_1 + C_2 + C_3 = 0, \\ 3C_1 + 2C_2 + C_3 = 0. \end{cases}$$

Решая систему методом Гаусса, приведем ее к виду:

$$\begin{cases} C_1 + 2C_2 + 3C_3 = 0 \\ C_2 + 2C_3 = 0 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

и найдем бесконечное множество ее решений ($C_1=\alpha$, $C_2 = -2\alpha$, $C_3 = \alpha$), где α – произвольное действительное число.

Итак, для данных векторов равенство (*) выполняется не только при $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ (а, например, при $C_1=1$, $C_2 = -2$, $C_3 = 1$), следовательно, эти векторы – линейно зависимые.

Тема 3. Основы аналитической геометрии на плоскости.

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия (примеры) :

1. Определить угловой коэффициент прямой $3x + 6y - 7 = 0$.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A (2; 3) и B (-3; 1).

3. Составить уравнение прямой, отсекающей на координатных осях отрезки, равные 5 и 2 ед.

4. Определить взаимное расположение прямых $-3x + 5y - 7 = 0$ и $x + 12y - 2 = 0$.

5. Прямая L задана уравнением $5x + 4y - 1 = 0$. Записать прямую L в виде прямой с угловым коэффициентом, в виде прямой в отрезках.

6. Прямая L задана уравнением $x + 4y - 1 = 0$. Составить уравнения прямой L_1, проходящей через точку M_0 (3; -7) и параллельной прямой L .

7. Прямая L задана уравнением $5x + 4y - 1 = 0$. Составить уравнения прямой L_1, проходящей через точку M_0 (3; -7) и перпендикулярной прямой L .

8. Даны вершины треугольника A (2; 3), C (-4; 2) и B (-3; 1). Составить уравнение высоты AH.

9. Определить координаты точки пресечения медиан треугольника, заданного своими вершинами A (0; 3), C (-6; 1) и B (-5; 4).

Лабораторная работа «Прямые линии на плоскости».

Цель: приобретение навыков в составлении различных видов уравнений прямых и определении условий их взаимного расположения для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

Основные теоретические сведения

В зависимости от параметров, определяющих положение прямой на плоскости, имеются несколько видов уравнения прямой, используемых в различных задачах.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом $y = kx + b$.

Здесь $k = \operatorname{tg}\alpha$ – угловой коэффициент прямой; b – отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Если две прямые, заданны уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, то условия их параллельности и перпендикулярности соответственно:

$$k_1 = k_2 \quad \text{и} \quad k_2 = -\frac{1}{k_1}$$

Уравнение прямой, проходящей через точку (x_0, y_0) *в заданном направлении*

$$y - y_0 = k_0 (x - x_0) .$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки (x_1, y_1) *и* (x_2, y_2)

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} .$$

Уравнение прямой в отрезках на осях

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

где *a* и *b*.отрезки отсекаемые прямой на осях координат.

Все приведенные выше уравнения являются уравнениями первой степени относительно текущих координат *x* и *y*. Можно показать, что всякое уравнение первой степени

$$Ax + By + C = 0$$

будет уравнением некоторой прямой на плоскости. Это уравнение называют *общим уравнением прямой.*

Задание на работу.

Даны вершины треугольника (по вариантам). Найти: а) уравнение стороны *AB*; б) уравнение высоты *CH*; в) уравнение медианы *AM*; г) точку *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH*; д) уравнение прямой, проходящей через вершину *C* параллельно стороне *AB.*

$$A(2,3),\ B(-3,-3),\ C(2,8) .$$

Р е ш е н и е : а) Найти уравнение стороны *AB*.

Воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},$$

получим уравнение стороны *AB*:

$$\frac{x - 2}{-3 - 2} = \frac{y - 3}{-3 - 3} .$$

Откуда $6(x-2) = 5(y-3)$ или $6x - 5y + 3 = 0$.

б) Найти уравнение высоты *CH*.

Используя уравнение прямой $y = kx + b$

найдем угловой коэффициент прямой *AB*

$$y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$$

Тогда $k_1 = \frac{6}{5}$. С учетом условия перпендикулярности прямых *AB* и *CH* ($k_1 k_2 = -1$) угловой коэффициент высоты *CH*: $k_2 = -\frac{5}{6}$.

По точке *C*(2, 7) и угловому коэффициенту $k_2 = -\frac{5}{6}$ составляем уравнение высоты *CH* : $y - y_0 = k(x - x_0)$

$$y - 8 = -\frac{5}{6}(x - 2) \quad \text{или} \quad 5x + 6y - 58 = 0 .$$

в) Найти уравнение медианы *AM* .

По формулам координат середины отрезка

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}, y=\frac{y_1+y_2}{2}$$

находим координаты *x, y* середины *M* отрезка *BC:*

$$x=\frac{-3+2}{2}=-\frac{1}{2}, y=\frac{-3+8}{2}=\frac{5}{2}.$$

Уравнение медианы *AM:*

$$\frac{x-2}{-1/2-2}=\frac{y-3}{5/2-3} \quad \text{или} \quad x-3y+7=0 \ .$$

г) Найти точку *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH*.

Для нахождения координат точки *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH* составляем систему уравнений

$$\begin{cases} 5x+6y-58=0, \\ x-3y+7=0. \end{cases}$$

Решая ее, получаем $N(44/7, 31/7)$;

д) Найти уравнение прямой, проходящей через вершину *C* параллельно стороне *AB*.

Так как прямая, проходящая через вершину С, параллельна стороне *AB*, то их угловые коэффициенты равны $k_1=\frac{6}{5}$. Тогда, согласно уравнению $y-y_0=k(x-x_0)$, по точке С и угловому коэффициенту k_1 составляем уравнение прямой *CD:*

$$y-8=\frac{6}{5}(x-2) \quad \text{или} \quad 6x-5y+28=0 \, .$$

<u>Тема 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</u>

Практические занятия (опрос и практические задания)

1) Найдите объединение, пересечение, разность множеств различных букв, входящих в слова «ИССЛЕДОВАНИЕ» и «ОБРАЗОВАНИЕ».

2) Найдите множество $X=(A\cap B')\cap(C\setminus B)$, если $A=\{x|1\le x\le 7\}$, $B=\{x|3<x<5\}$ и $C=\{x|0\le x<4\}$. Изобразите множества на числовой прямой. 2) Выясните, принадлежат ли множеству *X* числа 1,5; 2; –3,2; 3.

3) Пусть $A=(-1;2]$ и $B=[1;4)$. Найти множества $A\cup B$, $A\cap B$, $B|A$ и изобразить их на числовой оси.

4) Найти область определения функций

$$y=\frac{x^2+3}{x-1} \qquad y=\frac{x}{x^2+1} \qquad y=\frac{x^2}{1-x^2}$$

$$y=\frac{x^2-3x}{x-1} \qquad y=x-\frac{1}{x} \qquad y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$y=\frac{x}{\sqrt[3]{x^2-4}} \qquad y=x-\frac{e}{x+2} \qquad y=\frac{(x+3)}{x^2+9}$$

5) Вычислить пределы, если предельное значение функции входит в область ее определения:

$$\lim_{x\to 2}(x^3-3x+8) \qquad \textbf{2.} \qquad \lim_{x\to -1}\frac{x^5+x^3-5}{x^2+5}$$

$\lim\limits_{x\to 5}\sqrt{x^2+x-4}$ **4.** $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\sqrt{(4-x)(4+x)}$

5) Найти производные следующих функций:

1. y = $x^7-2x^5+5-\frac{8}{x^3}+3x\sqrt[3]{x}$

2. y = $\frac{2x+3}{3x+2}$

3. y = $\sqrt{2-3x^4}$

4. y = ln ln x

5. y = $e^{\sin 2x}$

6. y = $\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

6) Вычислить приближенно с помощью дифференциала

1.	$\cos 65'$	2.	$\sqrt{50}$	3.	$\sqrt[3]{9}$	4.	$\sin 55$
5.	$\sqrt[4]{17}$	6.	$\sqrt[7]{130}$	7.	$\cos 18$	8.	$\sqrt{40}$
9.	$\sqrt[3]{7}$	10.	$\sqrt[4]{80}$	11.	$\sqrt{18}$	12.	$\cos 85$
13.	$\sqrt{27}$	14.	$\sqrt[4]{15}$	15.	$\sqrt[3]{66}$	16.	$\sin 26$
17.	$\sqrt[5]{30}$	18.	$\sqrt{15}$	19.	$\cos 42$	20.	$\sqrt[3]{30}$
21.	$\sqrt[4]{83}$	22.	$\sin 46$	23.	$\sqrt{23}$	24.	$\sqrt[5]{33}$
25.	$\sqrt[6]{62}$	26.	$\cos 58$	27.	$\sqrt[3]{28}$	28.	$\sqrt{37}$
29.	$\sqrt[4]{78}$	30.	$\sqrt[3]{63}$				

7) Найти асимптоты графика функции

$f(x)=\frac{x^2+5}{x-3}$.

8) Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции

$f(x)=\frac{2x^2}{1+x^2}$.

9) Прибыль фирмы задается уравнением $Ð = 48Q_1 - Q_1^2$, где Q_1 - объем выпуска товаров. Найти объем выпуска товаров, необходимый для получения максимальной прибыли.

10) Объем продукции цеха в течение дня представляет функцию $u = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425$, где t- время (ч). Найти производительность труда через 2ч после начала работы.

Лабораторная работа «Производная и ее приложения»

Цель: Проверка уровня усвоения материала по дифференциальному исчислению и его приложениям, навыков дифференцирования сложных функций.

***Задание* 1.** Найти производную

1.	$y=\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+a})$	$y=x^3+\sqrt{a^2+x^2}$
3.	$y=\frac{a^2+x^2}{(a^2-x^2)^5}$	$y=\frac{x^2}{\sqrt{1-ax^4}}$
5.	$y=(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})^3$	$y=2\sqrt{x}-(2+\sqrt{x})^3$
7.	$y=x^2(x+\cos^2 x)$	$y=4a^3(x^2+\cos x)$
9.	$y=\frac{x^2}{(1-x^2)^7}$	$y=x(\frac{\pi}{4}x+\frac{x}{2})^2$
11.	$y=3x\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$	$y=x+\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}+a^{2x}$
13.	$y=ax(\frac{2x+4}{x+1})^2$	$y=28x\sqrt{1-x^4}$
15.	$y=\sqrt{1+5x^4}+\frac{x^2}{5}$	$y=x+\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt[3]{x^3+9}}$
17.	$y=\frac{3x^4+2}{\sqrt{1-x^4}}$	$y=\frac{2x+3}{2x+1}(4-x^{2)}$
19.	$y=\sqrt[3]{x^4}+(2x+3)^5$	$y=\sqrt{1+2x^2+x\sqrt{x}}$
21.	$y=\sqrt{1+x^4}(1+2\sqrt{x}+x^2$	$y=x^3(2x+\sqrt{a^2+x^2}$
23.	$y=\sqrt{1-x^2}+\frac{1-\sqrt{x}}{x^3+2x}$	$y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x\sqrt{2}}$
25.	$y=(x-\sqrt{1+x^2})^2$	$y=x^2+\sqrt{1-x^2}$
27.	$y=\frac{(\sqrt{5}-x^2)^3}{\sqrt{5}+x^2}$	$y=\frac{x^3}{(1+1/x)}$
29.	$y=(x^3+\frac{1}{x})^3$	$y=\pi+(x+\sqrt{x})x^2$

***Задание* 2** . Найти производную

1.	$y=\sin\sqrt{3}+\frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$	$y=\cos 2-\frac{1}{3}\frac{\cos^2 3x}{\sin 6x}$
3.	$y=tg\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\frac{\sin^2 4x}{\cos 8x}$	$y=ctg2-\frac{1}{3}\frac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$
5.	$y=\frac{\sin 3\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}$	$y=\frac{\cos 5\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}$
7.	$y=\frac{\cos 7\cdot\sin^2 7x}{7\cos 14x}$	$y=\cos 2-\frac{1}{16}\frac{\cos^2 8x}{\sin 16x}$
9.	$y=\cos 2+\frac{1}{6}\frac{\sin^2 6x}{\cos 12x}$	$y=\sqrt[3]{\cos 2}-\frac{1}{2}\frac{\cos^2 10x}{\sin 20x}$
11	$y=\sin\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\frac{\cos^2 12x}{\sin 24x}$	$y=\frac{1}{3}\cos\frac{1}{2}\frac{\sin^2 10x}{\cos 20x}$
13	$y=8\sin 3+\frac{1}{5}\frac{\sin^2 5x}{\cos 10x}$	$y=\frac{\cos 7\cdot\cos^2 14x}{28\sin 28x}$
15	$y=\frac{\cos(1/3)\sin^2 15x}{15\cos 30x}$	$y=\frac{\sin(1/7)\cdot\cos^2 16x}{32\sin 32x}$
17	$y=\frac{\sin(1/3)\cdot\sin^2 17x}{17\cos 34x}$	$y=\frac{\sqrt[5]{\cos 2}\cdot\cos^2 18x}{36\sin 36x}$
19	$y=\frac{tg2\cdot\sin^2 19x}{19\cos 38x}$	$y=\cos 5-\frac{1}{4}\frac{\cos^2 20x}{\sin 40x}$
21	$y=\sqrt{tg4}-\frac{\sin^2 21x}{21\cos 42x}$	$y=\cos 6-\frac{1}{4}\frac{\cos^2 22x}{\sin 44x}$

23	$y=\cos\frac{1}{3}+\frac{\sin^2 23x}{23\cos 46x}$	$y=\sin\frac{1}{7}-\frac{1}{48}\frac{\cos^2 24x}{\sin 48x}$
25	$y=\sin 4+\frac{\sin^2 25x}{25\cos 50x}$	$y=\sqrt[3]{\cos 1}-\frac{1}{6}\frac{\cos^2 6x}{\sin 12x}$
27	$y=\sqrt[7]{\cos 2}+\frac{\sin^2 27x}{27\cos 54x}$	$y=\sin\sqrt[3]{2}-\frac{\cos^2 8x}{16\sin 16x}$
29	$y=\cos^2 3+\frac{\sin^2 9x}{9\cos 18x}$	$y=\sin^3 2-\frac{\cos^2 30x}{60\sin 60x}$

***Задание* 3.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

1.	$y=2x+\frac{1}{x}, x_0=1$	$y=\frac{1}{3x+2}, x_0=2$
3.	$y=\frac{x^{29}+6}{x+1}, x_0=1$	$y=\frac{x^1+1}{x^4+1}, x_0=1$
5.	$y=(x^2+2)(x^4+1)$	$y=x(x^2+1), x_0=-2$
7.	$y=\frac{1+3x^2}{3+x^2}, x_0=$	$y=\frac{x^{16}+9}{1-5x^2}, x_0=1$
9.	$y=3(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}),$	$y=x^2+3, x_0=-1$
11.	$y=(x^2-3x+3), x_0=$	$y=\frac{2x}{x^2+2}, x_0=1$
13.	$y=2(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}), x_0$	$y=\sqrt{x}-9\sqrt[3]{x}+2, x_0=1$
15.	$y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}, x_0$	$y=\frac{3x-2x^3}{3}, x_0=1$
17.	$y=\frac{x^2}{10}+3, x_0=2$	$y=\sqrt[3]{x}-8\sqrt{x}, x_0=1$
19.	$y=\frac{4x-x^2}{4}, x_0=1$	$y=\frac{x^2-2x-3}{4}, x_0=4$
21.	$y=x-x^3, x_0=-1$	$y=x^2+8\sqrt{x}-32, x_0=4$
23.	$y=x+\sqrt{x^3}, x_0=1$	$y=\sqrt[3]{x^2}-20, x_0=1$
25.	$y=\frac{x^2-x+6}{x^2}, x_0=$	$y=\frac{x^3+2}{x^3-2}, x_0=2$
27.	$y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}, x_0=$	$y=8\sqrt[4]{x}-70, x_0=16$
29.	$y=2x^2-3x+1, x_0$	$y=2x^2+3x-1, x_0=-2$

***Задание* 4 .** Вычислить приближенно с помощью дифференциала

31.	$\cos 65^\circ$	32.	$\sqrt{50}$	33.	$\sqrt[3]{9}$	34.	$\sin 55^\circ$
35.	$\sqrt[4]{17}$	36.	$\sqrt[7]{130}$	37.	$\cos 18^\circ$	38.	$\sqrt{40}$

39.	$\sqrt[3]{7}$	40.	$\sqrt[4]{80}$	41.	$\sqrt{18}$	42.	$\cos 85$
43.	$\sqrt{27}$	44.	$\sqrt[4]{15}$	45.	$\sqrt[3]{66}$	46.	$\sin 26$
47.	$\sqrt[5]{30}$	48.	$\sqrt{15}$	49.	$\cos 42$	50.	$\sqrt[3]{30}$
51.	$\sqrt[4]{83}$	52.	$\sin 46$	53.	$\sqrt{23}$	54.	$\sqrt[5]{33}$
55.	$\sqrt[6]{62}$	56.	$\cos 58$	57.	$\sqrt[3]{28}$	58.	$\sqrt{37}$
59.	$\sqrt[4]{78}$	60.	$\sqrt[3]{63}$				

Лабораторная работа «Исследование функции и построение ее графика»

Цель: Закрепить изученные вопросы анализа функций, провести методами дифференциального исчисления полное исследование функции и построить ее график для формирования навыков использования современных математических методов исследований для решения профессиональных задач.

Задание на работу. Для заданного варианта провести полное исследование функции по принятой схеме:

1) Найти область определения функции.
2) Исследовать функцию на четность, нечетность.
3) Найти точки пересечения с осями координат.
4) Исследовать функцию на непрерывность и выяснить, имеет ли график функции вертикальные асимптоты.
5) Исследовать поведение функции в бесконечности, проверить наличие наклонных асимптот.
6) Найти интервалы монотонности функции и точки экстремума.
7) Найти интервалы выпуклости функции и точки перегиба.
8) По результатам исследования построить график функции.
9) Ответить на контрольные вопросы.

Тема 5. Основы интегрального исчисления.

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия (примеры):

1. Вычислить неопределенные интегралы:

1. $\int x^3\left(1-2x^4\right)^3 dx$, $\int\left(\frac{x^2+3x-6}{3x^2}\right)dx$
2. $\int\left(\frac{1}{3x}+5x^2-4\right)dx$, $\int(2x^3-\sqrt{x})^2 dx$
3. $\int(x-3)\ \ln 2x dx$, $\int\frac{\ln x}{3\sqrt{x}}dx$
4. $\int\sin 5x\sin 3x dx$, $\int 4\sin^2 x dx$
5. $\int\frac{\sin\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}dx$, $\int\frac{4dx}{x^2-6x+16}$

6. $\int \frac{4dx}{1+\cos x}, \int \frac{\cos^5 x dx}{4\sin x}$

2. Вычислить определенные интегралы

1. $\int_1^2 \frac{x^4-3x^2+2}{2x}dx$

2. $\int_0^2 \frac{2+x}{3}dx$

3. $\int_1^2 \frac{3x^4-5x^2+7}{x}dx$

4. $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$

3. Найти объем продукции, произведений за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид $g(t)=(1+t)e^{3t}$.

Решение: По формуле $Q=\int_0^T (\alpha t+\beta)e^{\gamma \cdot t}dt$ объем Q произведенной продукции равен $Q=\int_0^4 (1+t)e^{3\cdot t}dt$. Используем метод интегрирования по частям: пусть $u=t+1$, $dv=e^{3t}dt$, тогда $du=dt$, $v=\int e^{3t}dt=\frac{1}{3}e^{3t}$. Следовательно,

$$Q=(t+1)\frac{1}{3}e^{3t}\Big|_0^4-\int_0^4 \frac{1}{3}e^{3t}dt=\frac{1}{5}\left(5e^{12}-1\right)-\frac{1}{9}e^{3t}\Big|_0^4=$$

$$=\frac{1}{9}\left(14e^{12}-2\right)\approx 2{,}53\cdot 10^5 (усл.ед.)$$

4.По данным исследований в расположении доходов в одной из стран кривая Лоренца *OBA* (рис.1) может быть описана уравнением $y=1-\sqrt{1-x^2}$, где x - доля населения, y - доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джини.

Решение: Очевидно, коэффициент Джини (см. рис.1) $k=\frac{S_{OAB}}{S_{\Delta OAC}}=1-\frac{S_{OBAC}}{S_{\Delta OAC}}=1-2S_{OBAC}$, так как $S_{\Delta OAC}=\frac{1}{2}$.

$$S_{OBAC}=\int_0^1 \left(1-\sqrt{1-x^2}\right)dx=\int_0^1 dx-\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx=1-\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx.$$

Поэтому $k=1-2\left(1-\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx\right)=2\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx-1$.

С помощью замены, например, $x=\sin t$ можно вычислить $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx=\frac{\pi}{4}$.

Итак, коэффициент Джини $k=2\cdot\frac{\pi}{4}-1=\frac{\pi}{2}-1\approx 0{,}57$.

Достаточно высокое значение k показывает существенно неравномерное распределение доходов среди населения в рассматриваемой стране.

5.Определить дисконтированный доход за три года при процентной ставке 8%, если первоначальные (базовые) капиталовложения составили 10 млрд. руб.

Решение: Очевидно, что капиталовложения задаются функцией $f(t)=10+1\cdot t=10+t$. Тогда по формуле $K=\int_0^T f(t)e^{-it}dt$ дисконтированная сумма капиталовложений $K=\int_0^3 (10+t)e^{-0,08t}dt$. Используя метод интегрирования по частям, получим $K=30,5$ млрд. руб.

Это означает, что для получения одинаковой наращенной суммы через три года ежегодные капиталовложения от 10 до 13 млрд. руб. равновесны одновременным первоначальным вложениям 30, 5 млрд. руб. при той же, начисляемой непрерывно, процентной ставке.

6.Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от $x_1=100$ до $x_2=121$ изделий, полагая $a=600$ (мин.), $b=0,5$.

Решение: Используя теорему о среднем: $t_{cp}=\frac{1}{x_2-x_1}\int_{x_1}^{x_2} t(x)dx.$, получаем

$$t_{cp}=\frac{1}{121-100}\cdot\int_{100}^{121}600x^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{600}{21}\cdot 2\sqrt{x}\Big|_{100}^{121}=\frac{400}{7}\approx 57,2 \text{ (мин).}$$

Лабораторная работа «Интегрирование»

Цель: Закрепление техники использования методов интегрального исчисления.

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

	$\int\left(\sqrt[3]{x}-\frac{x}{4}-\right.$		$\int\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{2x}+5x^2-\right.$		$\int\left(\frac{1+\sqrt{x}}{2x}\right)^2$
	$\int\frac{\left(3\sqrt[3]{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}$		$\int\left(\frac{\sqrt{x}}{2x}-\sqrt[3]{8x}\right)$		$\int\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$
	$\int\frac{(1-x)^2}{\sqrt{x}}dx$		$\int\frac{x^2}{x^2+4}dx$		$\int\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{3\sqrt[3]{x}}\right.$
	$\int\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}dx$		$\int\frac{x^2-9}{\sqrt{x}+3}dx$		$\int\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}dx$
	$\int\frac{x^2-16}{x+4}dx$		$\int\frac{x^2}{x^2+4}dx$		$\int\frac{e^{2x}-1}{e^x+1}dx$
	$\int\frac{x-5}{x+7}dx$		$\int\frac{x^2}{x^2+4}dx$		$\int\frac{x^2+3}{x^2-1}dx$
	$\int\frac{x^2dx}{3x^2-9}$		$\int\frac{5-x^2}{1-x^2}dx$		$\int\frac{dx}{x^2+6x-}$

	$\int \frac{dx}{4x^2+8x+}$		$\int \frac{dx}{4x^2+25}$		$\int \frac{dx}{\sqrt{16x^2+1}}$
	$\int \frac{5-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$		$\int \frac{4+\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}$		$\int \frac{dx}{2^{3x-2}}$
	$\int (2e-1)^x dx$		$\int 2^{3x}3^{2x}dx$		$\int (tgx+ctgx$

Задание 2. Найти интегралы методом замены переменной:

	$\int x\sqrt{x^2-1}dx$		$\int x^4\sqrt{6-0,2x^5}\,dx$		$\int x(x^2-5)^{12}$
	$\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{3+x^2}}$		$\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+5}}dx$		$\int\left(\frac{1}{e^{2x}}-e^{2x}\right.$
	$\int (2x-5)e^{x^2}$		$\int (4x+3)\sin(4x^2+6$		$\int \sqrt[3]{\sin x}\cos$
	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+4}$		$\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$		$\int \frac{\ln^3(x-1)}{x-1}$
	$\int \frac{2^{\sqrt{\ln x}}}{x}dx$		$\int \frac{(4-3\ln x)^4}{x}dx$		$\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x)}$
	$\int (\sin x+\cos$		$\int e^{5x}\sin(e^{5x}+2)dx$		$\int x^2\sin(4x^3$
	$\int \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}}dx$		$\int \frac{\cos x}{\ln(\sin x)}dx$		$\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}d$
	$\int \frac{3^{\sqrt{2x+1}}}{\sqrt{2x+1}}dx$		$\int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$		$\int \frac{\sqrt{arcctgx}}{1+x^2}$
	$\int \frac{dx}{\arcsin^2 x\sqrt{1}}$		$\int \frac{\sqrt[3]{\arccos 2x}dx}{\sqrt{1-4x^2}}$		$\int \frac{3x^2-2x}{\sqrt{x^3-x^2}}$
	$\int \frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x}$		$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{ctg^2 3x}\sin^2 3x}$		$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$

Задание 3. Найти неопределенные интегралы способом интегрирования по частям:

	$\int arctgxdx$		$\int (x^2-x)arctgxdx$		$\int xarcctgxdx$
	$\int (x-1)arctgx$		$\int (x^2+1)arcctgxdx$		$\int arctg(7x+3)d$
	$\int (2x+3)\arcs$		$\int \arccos(x-2)dx$		$\int x^2\arccos xdx$
	$\int x\arcsin(x-$		$\int x^2\arcsin 6xdx$		$\int (-x)\arccos(x$

	$\int (2x-5)\ln x$		$\int x^2 \ln(x+6)dx$		$\int (3x^2-6)\ln(x$
	$\int x\sin(\pi+x)$		$\int (x^2+6x-4)\cos x$		$\int (x^2+2x)\sin x$
	$\int xe^{x-1}dx$		$\int (x^2-5)e^{2x}dx$		$\int (2x-8)e^{x-8}$
	$\int (x+3)\sin 5$		$\int x2^{3x-5}dx$		$\int (x+5)3^x dx$
	$\int x^2 2^{x-2}dx$		$\int e^{3x}\sin 2xdx$		$\int e^{x-1}\cos xdx$
	$\int 2^{3x+5}\sin(3x$		$\int e^{3x}\sin(x-3)dx$		$\int 3^{2x}\cos 3xdx$

Задание 4. Найти интеграл, заданный рациональной дробью:

	$\int \frac{x^3+3x^2-9x+}{x^2+3x-4}$		$\int \frac{x^3-7x^2+13x-}{x^2+6x-16}$		$\int \frac{x^2-3x-10}{x^3-6x^2-10x}$
	$\int \frac{x^2+6x+8}{x^3-6x^2-7x+}$		$\int \frac{x^3+15x^2+16x+}{x^2+10x+9}$		$\int \frac{x^2-9x+8}{x^3-4x^2+10x}$
	$\int \frac{2x^3+3x^2+3x}{x^2+5x-6}$		$\int \frac{x^2+8x+7}{x^3-7x^2-2x+}$		$\int \frac{x^3-5x^2-19x-}{x^2-2x-15}$
	$\int \frac{x^2-5x-6}{x^3-2x^2+6x+}$		$\int \frac{x^2+10x+9}{x^3-7x^2-2x+}$		$\int \frac{x^3-3x^2-2x+}{x^2-5x-6}$
	$\int \frac{x^2-x-6}{x^3-6x^2-12x}$		$\int \frac{x^3-4x^2+3x+8}{x^2-4x-5}$		$\int \frac{x^3+2x^2+9x+}{x^2+6x+5}$
	$\int \frac{x^2-9x+8}{x^3-9x^2+14x}$		$\int \frac{x^2+5x+6}{x^3-6x^2-9x+}$		$\int \frac{x^3-14x^2+28x}{x^2+7x-18}$
	$\int \frac{x^2-2x-8}{x^3-6x^2-11x+}$		$\int \frac{x^2-x-6}{x^3-6x^2-12x+}$		$\int \frac{x^3-3x^2+5x-}{x^2-5x+4}$
	$\int \frac{x^3-8x^2+16x}{x^2-8x+12}$		$\int \frac{x^2-5x+6}{x^3+5x^2-11x-}$		$\int \frac{x^3+5x^2+5x+}{x^2+8x+7}$
	$\int \frac{x^3-10x^2+20x}{x^2+x-6}$		$\int \frac{x^3+2x^2-5x-}{x^2+4x-12}$		$\int \frac{x^2-5x-1}{x^3+9x^2+19x}$
	$\int \frac{x^3-10x^2+24}{x^2-13x+3}$		$\int \frac{x^3+3x^2+6x+}{x^2-4x-12}$		$\int \frac{x^3+3x^2+7x+}{x^2+7x+10}$

Задание 5. Найти интегралы от тригонометрических функций:

	$\int \sin^4 x dx$		$\int \cos^6(5x-2)dx$		$\int \sin^2 x \cos^4 x dx$
	$\int \sin^2 x \cos^2 x dx$		$\int \sin^4 x \cos^2 x dx$		$\int tg^4 2x dx$
	$\int ctg^2 5x dx$		$\int \frac{dx}{\sin^4 2x}$		$\int \frac{ctg^2 x dx}{\cos^2 x}$
	$\int \sin x \cos^2 x dx$		$\int \sin^2 x \cos^3 x dx$		$\int \frac{tg^3 x dx}{\sin^4 x}$
	$\int \sin^3 x \cos^2 x dx$		$\int \sin 5x \cos^2 5x dx$		$\int \sqrt{\sin^3 x} \cos x dx$
	$\int \sin 4x \cos 6x dx$		$\int \sin(x-1)\cos(x+$		$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[5]{\cos^3 x}}$
	$\int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt{\sin x}}$		$\int \frac{\sin(x-1)dx}{\sqrt{\cos^5(x-1)}}$		$\int \cos 3x \cos 7x dx$
	$\int \sin 2x \sin 4x dx$		$\int \sin(x+\frac{\pi}{2})\cos(x-$		$\int \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos$
	$\int \sin\frac{x}{6}\cos\frac{x}{3}dx$		$\int \cos\frac{\pi x}{2}\cos\frac{\pi x}{3}d$		$\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$
	$\int \frac{(\cos x + \cos^3 x)}{\sqrt{\sin x}}$		$\int \frac{\sin^3 x dx}{\cos x\sqrt{\cos x}}$		$\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x + \sin x}$

Лабораторная работа «Приложение интегрального исчисления к решению задач экономики»

Цель: Решение практических задач экономического анализа на основе методов интегрального исчисления.

Вариант (типовой).

1. Найти дневную выработку P за рабочий день продолжительностью 8 часов, если производительность труда в течение дня изменяется по эмпирической формуле $p = f(t) = P_o\left(-0{,}2t^2/t_o^2 + 1{,}6t/t_0 + 3\right)$, где t – время (час), p_o- размерность производительности, t_o- размер времени.

2. Найти объем продукции, произведенной за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид: $g(t) = (1+t)\cdot e^{3t}$.

3. Определить дисконтированный доход за 3 года при процентной ставке 8%, если первоначальные капиталовложения составили 10 млн. рублей и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млн. рублей.

4. Стоимость перевозки одной тонны груза на один километр (тариф перевозки) задана функцией $f(x) = \frac{10}{x+2}$ (ден. ед/км). Определите затраты на перевозку 1 тонны груза на расстояние 20 км.

5. Найти среднее время, затраченное на освоение 1 изделия в период освоения от x_1=100 до x_2=121 изделий, получая в формуле $t = ax^{-b}$, a = 600 (мин), b = 0,5.

Тема 6. Анализ функций многих переменных.

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия (примеры):

1) Найти область определения функции $z = \dfrac{3x}{x-2y}$.
2) Изобразить линии уровня функции $z = x^2 + y^2 - 4$
3) Записать дифференциал 1-го порядка функции $z = 3x^2 + 2y^4 + \cos x$
4) Найти частные производные 1-го порядка функции $z = x\sin x^2 y$
5) Найти частные производные 2-го порядка для функции $z = 4x\sqrt{y}$
6) Найти экстремум функции $z = 2xy - 4x - 2y$
7) Найти частные производные первого порядка функции
8) $z = x^2 + 2x + y^2 - 3$ в точке $M_0(-1;2)$.
9) Найти полный дифференциал функции
10) $z = arctg(xy) - \sqrt{x^3 + y^3}$.
11) Найти градиент функции
12) $z = \ln\left(2x^4 + 4y^2\right)$ в точке $M_0(4;-2)$.
13) Найти экстремумы функции двух переменных:
14) $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.

Лабораторная работа «Математический анализ функций нескольких переменных»

Задание 1: Найти и изобразить графически область определения функции:

	$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$	$z = \ln(x + y^2$	$z = \ln(x-2)(y+$
	$z = \ln(1 - x^2 - y$	$z = \ln(x^2 + y$	$z = \ln(x + y)$
	$z = \dfrac{x-y}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$	$z = \dfrac{\ln x}{\sqrt{1 - x^2 -}}$	$z = \dfrac{\ln(x-y)}{x}$
	$z = \sqrt{16 - x^2 - y}$	$z = \ln(x + 2y$	$z = \ln(2x + y)$
	$z = \ln(x-2)(y+$	$z = \ln(4 - x^2$	$z = \ln(4x + y^2)$
	$z = \dfrac{x-y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$	$z = \dfrac{\ln x}{\sqrt{4 - x^2 -}}$	$z = \dfrac{\ln(x-y)}{y}$
	$z = \ln(x-y)$	$z = \sqrt{25 - x^2}$	$z = \ln(x + 4y^2)$
	$z = \ln(x + 3y)$	$z = \ln(x-3)($	$z = \ln(9 - x^2 - y$
	$z = \dfrac{x-y}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$	$z = \dfrac{\ln x}{\sqrt{9 - x^2 -}}$	$z = \ln(x^2 + 2y)$

	$z=\ln(2x+5y)$		$z=\ln(x-2)($		$z=\ln(x+2y)$

Задание 2. Определить и построить линии уровня функции:

	$z=3x+y$		$z=xy$		$z=2x^2+y^2$
	$z=\ln(x+y^2)$		$z=x^2+y^2$		$z=5x+3y$
	$z=\sqrt{25-x^2-y}$		$z=\ln(x^2+2y)$		$z=y-\sqrt{x}$
	$z=5x^2+y^2$		$z=x^2-y^2$		$z=6xy$
	$z=6x+7y$		$z=\ln(x^2+y)$		$z=\sqrt{4-x^2-y}$
	$z=4x^2+4y^2$		$z=3xy$		$z=4x+5y$
	$z=\sqrt{9-x^2-y^2}$		$z=3x^2+y^2$		$z=y-2\sqrt{x}$
	$z=5x+2y$		$z=2x^2-2y^2$		$z=\ln(x^2-y)$
	$z=5xy$		$z=y-4\sqrt{x}$		$z=3x+2y$
	$z=2x^2+2y^2$		$z=\sqrt{16-x^2-y}$		$z=\ln(2x^2+y)$

Задание 3. Найти частные производные первого и второго порядков функции:

	$z=3x^3+y^2-$		$z=\ln(4x+y^3$		$z=2x^5+y^2-$
	$z=\ln(2x+y^2$		$z=x^2+y^2-x$		$z=5\sqrt{x}+3y^3$
	$z=\sqrt{25-x^2}-$		$z=\ln(x^2+2y$		$z=y-\sqrt{x}+3$
	$z=3x^2+y^2+$		$z=y-2\sqrt{x}-$		$z=5x+2y+$
	$z=2x^2-2y^2$		$z=\ln(x^2-y)$		$z=x^5+4y^4-$
	$z=y^3-4\sqrt{x}-$		$z=3x^3+2y^5$		$z=2x^2+2\sqrt[3]{y}$
	$z=\sqrt{16-x^2}-$		$z=\ln(2x^2+y$		$z=5x^2+y^2-$
	$z=\sqrt[3]{x}-y^2-$		$z=x-y^3-6x$		$z=6x+7y^3+$
	$z=\ln(x^2+y)$		$z=\sqrt{4-x^2-y}$		$z=4x^2+4y^2$
	$z=\sin(xy)$		$z=4x+5y+2$		$z=\sqrt{9-x^2-}$

Задание 4. Исследовать на экстремум функцию:

	$z=3x^2+y^2+$		$z=2y-x^2-$		$z=2x^2+y$		$z=x+x^2-$
	$z=x^2+y^2-$		$z=5x^2+3y$		$z=x^2+7y$		$z=9x^2-9y$
	$z=x^2+y^2-$		$z=3x^2+y^2$		$z=y^2-2x$		$z=5x^2+2y$
	$z=2x^2-2y^2$		$z=x^2-y^2+$		$z=x^2+4y$		$z=y^2-4x^2$
	$z=3x^2+2y^2$		$z=2x^2+2y$		$z=3x^2+3$		$z=2x^2+y^2$
	$z=5x^2+y^2+$		$z=4x^2-y^2$		$z=x^2-y^2$		$z=6x^2+7y$
	$z=x^2+y^2+$		$z=2x^2+y^2$		$z=4x^2+4$		$z=x^2+y^2+$
	$z=4x+x^2+$		$z=x^2+2y^2$				

Тема 7. Дифференциальные уравнения (ДУ).

Практические занятия (опрос и практические задания)

Примеры задач:

1.Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде $\psi(x,y)=C$.)

$$4xdx-3ydy=3x^2ydy-2xy^2dx.;\ x\sqrt{1+y^2}+yy'\sqrt{1+x^2}=0.$$

2.Найти решение задачи Коши.

$$y'-y/x=x^2,\quad y(1)=0.;\ y'-y\operatorname{ctg}x=2x\sin x,\quad y(\pi/2)=0.$$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$3x^2\,\mathrm{e}^y\,dx+\left(x^3\,\mathrm{e}^y-1\right)dy=0.$$

$$\left(3x^2+\frac{2}{y}\cos\frac{2x}{y}\right)dx-\frac{2x}{y^2}\cos\frac{2x}{y}dy=0.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'''+3y''+2y'=1-x^2.;\ y'''-y''=6x^2+3x.$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'''-4y''+5y'-2y=(16-12x)\mathrm{e}^{-x}.;\ y'''-3y''+2y'=(1-2x)\mathrm{e}^{x}.$$

Лабораторная работа «Дифференциальные уравнения первого порядка»

Задание 1. Найти частное решение данного дифференциального уравнения при условии, что $y(1)=2$:

	$xy'=xyy'-y$		$x^2y^2dx=\sqrt[5]{x^6-2x^3+}$		$x^2y'+1=y-xy'$
	$(5x+1)dy+y^2dx=0$		$ydy+e^{x+y}dx=0$		$3x^2yy'=1-y^2$

	$\sqrt{2-x^3}\,y' + 4x^2 y = 0$		$5xy' + 10y = xyy'$		$xydy = \sqrt{2y^2+4}dx$
	$e^{-x}y' = 2x+3$		$(4-3x)dx - xdy = 0$		$y' = (y^2+1)\cos^2 x$
	$(x^2+1)dy - xydx = 0$		$(x^2y + y)dy + (xy^2 - x$		$2x\sqrt{y}dx + (5-x^2)dy$
	$y'\sqrt{1-x^2} = x$		$y - y'tgx = 1$		$y' = e^{x+y}$
	$xyy' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$		$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$		$y' = \frac{\sqrt{1-y}}{x^2}$
	$dx = xctgydy$		$x^3dy - y^2dx = 0$		$xdy - (4+y^2)\ln xdx =$
	$(2y-1)dx - (2x-1)dy$		$\sin x \sin ydx = \cos x \cos$		$x(y^2+1)dx = (y^2 - x$
	$\sqrt{y}dx = \frac{dy}{\sin^2 x}$		$ctgxdy - tgydx = 0$		$y' = \frac{y+1}{y}$

Задание 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

	$y' = \frac{1}{2} + \frac{y^2}{x^2}$		$y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$		$y' = \frac{y^2}{x^2 - xy}$
	$xy' = y + \sqrt{x^2$		$y' = x^2 + y$		$xy' = \sqrt{x^2+y^2}$
	$y' = \frac{y\ln x - y}{x}$		$y' = \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2}$		$\frac{6x^2+y^2+xy}{x^2} =$
	$xy^2y' = x^3 + y$		$y' = x + 3y$		$x^3y' = y^3$
	$2xy' = x + y$		$2xyy' = x^2 - y^2$		$xy' = 3y + x$
	$xy' - y = \sqrt{2x^2$		$2x^2 - xy - y^2 = x^2y$		$xy' = \sqrt{2x^2+y^2}$
	$xy' - y = xtg\frac{y}{x}$		$xy'\sin\frac{x}{y} = y\sin\frac{x}{y} +$		$xy' = x\cos^2\frac{y}{x} +$
	$xy' = y(\ln y -$		$xy' = 2x - 3y$		$(2x-y)y' = x +$
	$y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} +$		$y' - 4 = \frac{y^2+8xy}{x^2}$		$2xy' = \frac{x^2+2xy}{x-y}$
	$x^2y' = y^2 + 6x$		$(2xy^2 + 4x^3)y' = 3x$		$2x^2y' = y^2 + 8x$

Задание 3. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

	$y' + y = 2x$		$xy' - x^3 = y$		$y' + y - x = 1$
	$yy' = 1 - xy$		$y' = ytgx$		$y' - 2y = e^{4x}$
	$y' + \frac{x^2}{1-x^3}$		$y' - ytgx = \frac{2}{\cos}$		$y' - x = \frac{xy}{x^2+1}$
	$y'x - y = x^2$		$y'\sin x - y\cos$		$xy' - x^2 = 4y$
	$y' + x^2y =$		$y' - y\sin x = 1$		$y' + \sqrt{x}y = x$

	$y' + xy = -x$		$y' - 4xy = -4x^3$		$y' - y\cos x = -\sin$
	$y' + e^x y = e$		$xy' + y = 1 + x$		$xy' - y = -2\ln x$
	$y' tgx - y = 0$		$x^3 y' + 3x^2 y = 2$		$xy' - y = -\ln x$
	$2xy' + y = 2$		$y' + y = -x^2$		$y' - y\sin x = \cos$
	$y' - xy = \frac{1}{\sqrt{x}}$		$y' ctg = y$		$y' + (2x-1)y = x$

Тема 8. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность.

Практические занятия (опрос и практические задания)

Примеры задач:

1. На книжной полке стоят 3 книги по алгебре, 4 книги по геометрии и 5 книг по литературе. Сколькими способами можно взять с полки одну книгу по математике?
2. В меню имеется 4 первых блюда, 3 вторых и 2 третьих. Сколько различных полных обедов можно из них составить?
3. В лотерее 1000 билетов, из них 700 невыигрышных. Какова вероятность выигрыша по одному приобретенному билету.
4. В ящике находятся 6 синих и 8 белых шаров. Наудачу извлекают 3 шара. Найти вероятность того, что: а) выбраны только синие шары, б) выбрано 2 синих и 1 белый шар.
5. На первом заводе на каждые 100 изделий производится в среднем 90 стандартных изделий. На втором заводе на каждые 100 изделий – 95 стандартных и на третьем – 85 стандартных изделий. Продукция этих заводов составляет соответственно 50%, 30% и 20% всех изделий, поставляемых в магазин. Некто зашел в магазин и приобрел стандартное изделие. Найти вероятность того, что это изделие изготовлено на первом заводе.
6. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит установленной нормы.
7. Вероятность заболеть гриппом в период эпидемии равна 0,35. Найти наивероятнейшее число заболевших из 60 сотрудников фирмы.
8. В некотором городе в среднем на 80 автомобилях из 100 установлена сигнализация. Найти вероятность того, что из 400 автомобилей 300 оснащены сигнализацией.

Самостоятельная работа (задания выдаются преподавателем)

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами №1, №2, ..., №10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превысит 5?
2. Из 4000 деталей 1500 нестандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется стандартной.

3. Сколькими способами из 20 членов правления фирмы можно отобрать трех для замещения вакансий вице-президентов, отвечающих соответственно за производство, финансы, реализацию продукции?
4. Правление банка выбирает из 10 предложенных кандидатур 3 человека на одинаковые должности. Сколько возможных групп можно составить, если все кандидаты имеют равные шансы занять каждую должность?
5. Сколькими способами можно составить случайный список из 5-и кандидатов на выборную должность?
6. В магазин поступило 30 новых телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?
7. На катке каталось 8 девушек и 3 юноши. Через час 4 человека ушли с катка. Найти вероятность того, что с катка ушли 2 девушки и 2 юноши.
8. Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель для орудий соответственно равна 0,8; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы один снаряд попадет в цель.
9. Среди 17 студентов на студенческий вечер разыгрываются 7 билетов. Какова вероятность того, что среди обладателей окажутся 4 девушки, если в группе 8 девушек.
10. Три станка работают независимо друг от друга, причем вероятность бесперебойной работы первого станка - 0,8, второго - 0,9, третьего - 0,85. Какова вероятность бесперебойной работы всех трех станков в течение данного промежутка времени?
11. Магазин получает однотипный товар от трех поставщиков: 55% товара поступает от 1-го поставщика, 20% от 2-го и 25% от 3-го. Продукция, поступающая от 1-ого поставщика, содержит 5% брака, поступающая от 2-го поставщика — 6% брака, а поступающая от 3-го поставщика — 8% брака. Покупатель оставил в книге пожеланий покупателей жалобу о неудовлетворительном качестве приобретенного товара. Найти вероятность того, что плохой товар, вызвавший нарекания покупателя, поступил от второго поставщика.
12. Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс с вероятностями 0,25; 0,35; 0,4. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира все билеты будут распроданы, равна для первой кассы 0,5; для второй - 0,3; для третьей - 0,2. Пассажир приобрел билет в одной из касс. Найти вероятность того, что это была первая касса.
13. Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны 0,6, 0,7 и 0,75. Найти вероятность того, что он успешно сдаст хотя бы два экзамена.
14. Имеются три ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали будут нестандартными.
15. Вероятность совершения покупки товара в магазине для отдельного лица равна 0,9. Определить вероятность того, что в результате 600 посещений магазина будет сделано от 520 до 535 покупок.
16. В магазин отправлено с базы 4000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути 0,0005. Найти вероятность того, что в магазин прибудут от 3 до 5 испорченных деталей.
17. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что для запуска двигателя придется включать зажигание не более трех раз.

18. Вероятность заболевания гриппом во время эпидемии равна 0,4. Найти наивероятнейшее число заболевших из 8 сотрудников фирмы и соответствующую вероятность.
19. В магазин вошли 8 покупателей. Найти вероятность того, что три из них совершат покупки, если вероятность совершить покупку для каждого равна 0,3.
20. Относительная частота работников предприятия, имеющих высшее образование, равна 0,15. Определить число работников, имеющих высшее образование, если всего на предприятии работает 40 человек.
21. Для каждого троллейбуса вероятность того, что он работает в данный момент, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы один троллейбус из трех.
22. Вероятность того, что при сортировке изделий одно из них будет разбито, равна 0,005. Найти вероятность того, что из 200 изделий разбитыми окажутся не более двух изделий.

Лабораторная работа «Основы теории вероятностей»

Задача 1. В урне содержится K черных и L белых шаров. Случайным образом вынимают M шаров. Найти вероятность того, что среди них окажутся:

1) N белых шаров;
2) Меньше чем N белых шаров;
3) Хотя бы один белый шар.

Задача 2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: n_1 с первого завода, n_2 со второго, n_3 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе p_1, на втором p_2, на третьем p_3. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

Задача 3. В каждом из **N** независимых испытаний событие *A* происходит с постоянной вероятностью **p**. Найти вероятность того, что событие *A* происходит:

а) точно k_1 раз;
б) меньше чем k_2 и больше чем k_1 раз;
в) больше чем k_2 раз.

Задача 4. Телефонный коммутатор обслуживает **n** абонентов. Для каждого абонента вероятность позвонить в течение часа равна **p**. Найти вероятность того, что в течение часа позвонят на коммутатор:

а) **m** абонентов;
б) не менее **m +1** абонентов.

Лабораторная работа «Решение вероятностных задач»

Задача 1. В двух группах студенческого потока обучается k_1 и k_2 человек. Какова вероятность, что первым на экзамене будет отвечать студент второй группы?

Задача 2. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем *i*-й завод поставляет m_i % изделий (i = 1, 2, 3). Среди изделий *i*-го завода n_i % первосортных. Определить вероятность того, что купленное изделие 1-го сорта выпущено *j*-м заводом.

Задача 3. Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна p. Куплено n билетов. Найти наивероятнейшее число выигравших билетов и соответствующую вероятность.

Задача 4. Вероятность наступления некоторого события в каждом из n независимых испытаний равна p. Определить вероятность того, что число m наступлений события

удовлетворяет следующему неравенству: варианты 1-11 — $k_1 \le m \le k_2$; варианты 12-21 — $k_1 \le m$; варианты 22-31 — $m \le k_2$.

Примеры решения задач:

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X:	x_i	0	1	2	3	4
	p_i	0,15	0,1	0,25	p_4	0,3

Найти: 1) вероятность p_4, 2) $P(1 \le X < 4)$.

Решение:

1) Согласно равенству (7.1) $\sum_{i=1}^{5} p_i = 1$, тогда $p_4 = 1 - (0{,}15+0{,}1+0{,}25+0{,}3) = 0{,}2$ и ряд распределения данной случайной величины имеет вид:

X:	x_i	0	1	2	3	4
	p_i	0,15	0,1	0,25	0,2	0,3

2) $P(1 \le X < 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0{,}1+0{,}25+0{,}2 = 0{,}55$

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины:

X:	x_i	1	2	4
	p_i	0,4	0,1	0,5

Найти и построить ее функцию распределения.

Решение: Будем задавать различные значения x и находить для них $F(x) = P(X<x)$

1) если $x \le 1$, то $F(x) = P(X<x) = 0$;
2) если $1 < x \le 2$, то $F(x) = P(X=1) = 0{,}4$;
3) если $2 < x \le 4$, то $F(x) = P(X=1)+P(X=2) = 0{,}4+0{,}1 = 0{,}5$;
4) если $x > 4$, то $F(x) = P(X=1)+P(X=2)+P(X=3) = 0{,}4+0{,}1+0{,}5 = 1$;

Таким образом, функция распределения данной дискретной случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при\ \ x \le 1, \\ 0{,}4 & при\ 1 < x \le 2, \\ 0{,}5 & при\ \ 2 < x \le 4, \\ 1 & при\ x > 4. \end{cases}$$

Построим график функции распределения:

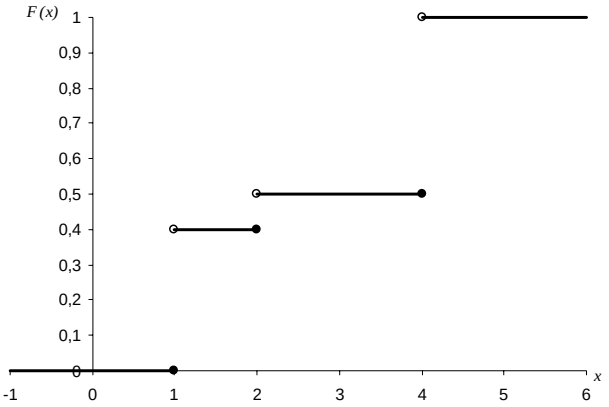


Рис 7.2. Функция распределения.

3.Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X:	x_i	1	2	3	4	5	6
	p_i	0,1	0,15	0,25	0,25	0,15	0,1

Найти математическое ожидание $M(X)$.

Решение:

По формуле (7.3) $M(X)=\sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p_i$

$M(X)$ = 1·0,1+2·0,15+3·0,25+4·0,25+5·0,15+6·0,1 = 0,1+0,3+0,75+1+0,75+0,6=3,5

Ответ: $M(X)$ = 3,5

Задачи для самостоятельного решения

1. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один приз размером 5 000 рублей и 10 призов по 1 000 рублей. Составить закон распределения случайной величины X – размера возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета. Построить многоугольник распределения.
2. Среди 10 патронов 8 боевых, остальные – холостые. Наугад берут 2 патрона. Найти закон распределения случайной величины равной числу боевых патронов среди взятых.
3. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	2	4	5	6
p_i	0,5	0,1	0,3	p_4

Найти вероятность p_4, найти и построить функцию распределения данной случайной величины.

4. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые посетит студент в поисках книги, если в городе 4 библиотеки. Построить многоугольник распределения.
5. В коробке имеются 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Необходимо: а) найти закон распределения случайной величины X равной числу красных карандашей в выборке; б) построить многоугольник распределения; в) найти вероятность события $0<X\leq 2$.
6. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	2	4	5	6
p_i	p_1	0,1	0,4	0,2

7. Найти вероятность p_1, математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднее квадратическое отклонение σ(X).
8. Случайная величина задана рядом распределения:

X:

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	p_2	0,4	0,2	0,1

Найти: а) вероятность p_2; б) вероятности $P(X<2)$, $P(X\geq 4)$, $P(2\leq X\leq 4)$; в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Лабораторная работа «Числовые характеристики случайных величин дискретного типа. Действия над случайными величинами»

Задача. Случайные величины X и Y заданы законами распределений. Определить вероятность p_i, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайных величин X и Y. Составить законы распределений случайных величин $Z=X+Y$, $V=X\cdot Y$. Построить многоугольник распределения вероятностей случайной величины Z. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $W=2X-4Y$.

Исходные данные (выдаются по вариантам).

№	**Случайная величина X**				**Случайная величина Y**			№	**Случайная величина X**				**Случайная величина Y**		
1.	x	0	10	20	y_j	-2	-1	11.	x_i	4	6	9	y_j	3	5

	i														
	p_i	0,4	p_2	0,4	p_j	0,3	0,7		p_i	0,1	0,5	p_3	p_j	0,4	0,6
2.	x_i	-6	-2	-1	y_j	1	4	12.	x_i	2	7	9	y_j	0	1
	p_i	0,2	p_2	0,2	p_j	0,2	0,8		p_i	p_1	0,3	0,2	p_j	0,7	0,3
3.	x_i	3	7	10	y_j	-4	4	13.	x_i	-1	3	4	y_j	2	5
	p_i	p_1	0,1	0,6	p_j	0,3	0,7		p_i	0,2	p_2	0,6	p_j	0,4	0,6
4.	x_i	-2	-1	1	y_j	4	5	14.	x_i	-5	0	10	y_j	1	6
	p_i	0,3	0,2	p_3	p_j	0,2	0,8		p_i	p_1	0,2	0,6	p_j	0,6	0,4
5.	x_i	-10	-6	-1	y_j	-1	2	15.	x_i	-4	-2	1	y_j	0	4
	p_i	0,4	p_2	0,2	p_j	0,2	0,8		p_i	0,1	0,6	p_3	p_j	0,8	0,2
6.	x_i	4	7	10	y_j	1	5	16.	x_i	-1	0	3	y_j	2	4
	p_i	0,3	0,2	p_3	p_j	0,1	0,9		p_i	0,6	p_2	0,2	p_j	0,4	0,6
7.	x_i	-1	2	4	y_j	-3	1	17.	x_i	-10	0	5	y_j	1	4
	p_i	0,4	0,2	p_3	p_j	0,4	0,6		p_i	0,3	p_2	0,3	p_j	0,3	0,7
8.	x_i	-2	0	3	y_j	4	6	18.	x_i	1	2	4	y_j	-2	3
	p_i	p_1	0,5	0,2	p_j	0,5	0,5		p_i	0,5	0,1	p_3	p_j	0,5	0,5
9.	x_i	0	5	10	y_j	-2	4	19.	x_i	-2	1	3	y_j	1	4
	p_i	0,3	0,1	p_3	p_j	0,3	0,7		p_i	0,1	p_2	0,6	p_j	0,7	0,3
10.	x_i	1	2	5	y_j	1	3	20.	x_i	-3	0	4	y_j	2	3
	p_i	p_1	0,1	0,8	p_j	0,4	0,6		p_i	p_1	0,2	0,5	p_j	0,4	0,6

Лабораторная работа «Характеристики случайных величин непрерывного типа»
Задачи (типовые):

Задача 1. Случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -1\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} & \text{при } -1<x\le 1\\ 0 & \text{при } x>1\end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и интегральную функцию X.

Задача 2. Случайная величина X задана функцией плотности вероятности

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \dfrac{x}{k}, 0 < x \le R, \\ 0, x > R \end{cases}$$ Найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины X. Вычислить для X ее математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднее квадратичное отклонение $\sigma(x)$.

Значения k и R вычислить следующим образом: R=2*№варианта; $k=R^2/2$.

Задача 3. Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из промежутка $[x_1; x_2]$.

Тема 9. Основы математической статистики.

Практические занятия (опрос и решение задач).

Задачи для практического занятия:

Примеры решения задач:

1. Путем опроса получены следующие данные (n=20):

2 4 2 4 3 3 3 2 0 6

3 3 1 1 2 3 1 4 3 1

Составить вариационный ряд, предварительно записав ранжированный ряд вариантов.

Решение:

Отсортируем данные опроса по величине и расположим их в порядке возрастания:

0 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 6

Составим вариационный ряд, записав в первую строку таблицы наблюдаемые значения (варианты), а во вторую соответствующие им частоты (таблица 1)

Таблица 1.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6	Σ
Частоты *ni*	1	4	4	7	3	1	20

Ряд распределения относительных частот (частостей) будет иметь вид:

Таблица 2.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6	Σ
Частости *wi*	1/20	4/20	4/20	7/20	3/20	1/20	1

2. По данным примера 1 составить ряд распределения накопленных частот.

Решение:

В первую строку таблицы запишем наблюдаемые значения, а во вторую накопленные частоты (таблица 3)

Таблица 3.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6
Накопленные частоты *ni нак*	1	5	9	16	19	20

Задачи для самостоятельного решения

1. Имеются следующие данные о числе сотрудников юридических отделов 30 фирм:

8, 3, 2, 9, 6, 4, 8, 7, 3, 5, 3, 7, 2, 8, 6, 4, 5, 2, 6, 3, 9, 8, 6, 4, 7, 5, 9, 4, 3, 2.

Необходимо:1) составить вариационный ряд (статистическое распределение выборки), предварительно записав ранжированный дискретный ряд вариантов;
2) составить ряд распределения относительных частот (частостей); 3) построить полигон частот, кумуляту и эмпирическую функцию распределения.

2. Дано распределение студентов экономического факультета по результатам сдачи экзамена по дисциплине «Социология»:

xi 2 3 4 5

ni 3 19 16 12

Необходимо:1) построить полигон частот, кумуляту и эмпирическую функцию распределения; 2) найти: а) среднюю арифметическую x , б) медиану *Me* и моду *Mo*, в) дисперсию *s2*, г) среднее квадратическое отклонение *s*, д) коэффициент вариации *V*; 3) пояснить смысл полученных результатов.

<u>Типовые тестовые задания по темам (ответы выделены жирным шрифтом)</u>

Тема 1. Линейная алгебра.

1. Дана матрица $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$, определить значение элемента t_{23}

a) 3 ; b) 6; c) 1; **d) 7**

2. Нулевая матрица второго порядка имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$**;** b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3. Главная диагональ матрицы $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$ содержит элементы:

a) 2,1,7; **b) 3,1,8;** c) 4,1,5; d) 6,1,9

4. Сложение матриц $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ даст результат в виде:

a) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$; **c)** $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$**;** d) $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

5. Определитель матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ равен:

a) 4 ; b) 2; **c) –2**; d) –1

6. Определитель равен 2 для матрицы :

a) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

7. Исходная матрица $T=\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$, какая из матриц является ее минором:

a) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 8\end{bmatrix}$ **;** b) $\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 9\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 9 & 8\end{bmatrix}$

8. Единичная матрица обозначается как Е и имеет вид:

a) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$**;** b) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$; c)$\begin{bmatrix}1 & x\\ y & 1\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

9. Если умножить матрицу $\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$ на скаляр m=3, то результирующая матрица имеет вид:

a) $\begin{bmatrix}9 & 18 & 12\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$;b) $\begin{bmatrix}9 & 6 & 4\\ 2 & 3 & 7\\ 5 & 9 & 24\end{bmatrix}$;**c)** $\begin{bmatrix}9 & 18 & 12\\ 6 & 3 & 21\\ 15 & 27 & 24\end{bmatrix}$**;**d) $\begin{bmatrix}3 & 6 & 12\\ 2 & 3 & 7\\ 15 & 9 & 8\end{bmatrix}$

10. Решая матричное уравнение $\begin{bmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ определим значение x:

a) 1; b) -1; c) 0 ; d) 3

11. Транспонированная матрица для матрицы А $=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 9\end{bmatrix}$ имеет вид:

a) $\begin{bmatrix}9 & 4\\ 5 & 3\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 9\end{bmatrix}$; **c)** $\begin{bmatrix}3 & 5\\ 4 & 9\end{bmatrix}$**;** d) $\begin{bmatrix}5 & 9\\ 3 & 4\end{bmatrix}$

12. Систему линейных уравнений можно записать следующим образом:

a) **A·X=B;** b) E·X= B; c) O·X = B; d) $AA^{-1}\cdot X=B$

Тема 2 Векторная алгебра

13. Даны вектора $\vec{a}$ = ($a_1, a_2, \dots, a_n$) и $\vec{b}$ = ($b_1, b_2, \dots, b_n$). Число ($\vec{a}$, $\vec{b}$) = $a_1b_1+a_2b_2+\dots+a_nb_n$ называется...

a) линейной комбинацией векторов **b) скалярным произведением**

c) длиной вектора d) векторным произведением

14. Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}=(-1,0,2)$ и $\boldsymbol{b}=(2,-8,3)$ равно…

a) 0 b) –2 c) 2 **d) 4**

15. Координаты вектора **C**=2***a***+3***b*** , если вектора ***a***=(2,1,3) и ***b***=(-4,0,-1), равны …

a) (0,4, 2) b) (-10,2,3) c) (1, 5, 1) **d) (–8,2,3)**

Тема 3. Основы аналитической геометрии на плоскости.

16. Угловой коэффициент прямой $4x + 3y - 5 = 0$ равен:

a) -5 b) $\frac{4}{3}$ **c)** $-\frac{4}{3}$ d) $-\frac{3}{4}$

17. Из данных прямых через начало координат проходят:

a) $6x - y = 0$ b) $2x - y = 1$ c) $y - 5 = 0$ **d) $3y = 0$**

18. Из данных прямых параллельными являются:

a) $y = 3x + 4$ b) $x + y = 5$ **c) $3x + y - 2 = 0$** **d) $y = 5 - 3x$**

19. Уравнение прямой AB, если $A(2,3), B(-3,-3)$ …

a) $6x - 5y + 3 = 0$ b) $6x - y + 3 = 0$ c) $x - 5y + 3 = 0$ d) $6x + 5y + 3 = 0$

20. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к данной прямой $y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ **c)** $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

21. Координаты середины отрезка, если координаты концов $A(2,3)$ и $B(4,-3)$, равны …

a) (0,3) b) (6,0) **c) (3,0)** d) (-2,6)

22. Угловой коэффициент прямой, параллельной к данной прямой $y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{5}{6}$ **d)** $\frac{6}{5}$

Тема 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

23. Предел функции $\lim\limits_{x \to -3} \frac{(x+7)^2}{x^3 + 27}$ равен …

a) 0 **b) ∞** c) $\frac{7}{27}$ d)$-\infty$

24. Укажите наиболее общее определение функции:

a. зависимость y = f(x);

b. взаимосвязь F(x, y) = 0;

c. закон, устанавливающий соответствие элементов одного множества элементам другого множества;

d. взаимно однозначное соответствие элементов двух множеств.

25. Область определения функции — это:

a. координатная плоскость; b. координатные оси;

c. множество значений функции; **d. множество значений аргумента.**

26. Предел отношения приращения функции в точке x к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется…

а) производной функции

б) неопределенным интегралом

в) пределом функции

г) первообразной

27. Если материальная точка движется по закону S(t), то первая производная от пути по времени есть…

а) угловой коэффициент

б) ускорение движения

в) скорость в данный момент времени

г) нет верного ответа

28. Геометрический смысл производной состоит в том, что …

а) она равна пределу функции

б) она равна всегда нулю

в) она равна угловому коэффициенту касательной

г) она равна максимальному значению функции

29. Дифференцирование – это…

а) вычисление предела

б) вычисление приращения функции

в) нахождение производной от данной функции

г) составление уравнения нормали

30. Производная постоянной величины равна…

а) единице

б) самой постоянной

в) не существует

г) нулю

31. При вычислении производной постоянный множитель можно…

а) возводить в квадрат

б) выносить за знак производной

в) не принимать во внимание

г) принять за нуль

32. Ускорение прямолинейного движения равно…

а) скорости от пути по времени

б) первой производной от пути по времени

в) второй производной от пути по времени

г) нулю

33. Производная функции $y = x^3 + \frac{5}{x}$ равна…

а) $y' = 3x^2 - 5$ **b)** $y' = 3x^2 - \frac{5}{x^2}$ c) $y' = x^2 - \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 3x^2 + \frac{5}{x^2}$

34. Производная функции $y = 6\sqrt{x}$ равна…

а) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ **b)** $y' = \frac{3}{\sqrt{x}}$ c) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ d) $y' = \frac{6}{\sqrt{x}}$

35. Производная функции $y = \sqrt[3]{(2x-7)^5}$ равна…

а) $y = \frac{10}{3}\sqrt{(2x-7)^3}$ b) $y = \frac{5}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ **c)** $y = \frac{10}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ d) $y = \frac{5}{3}\sqrt{(2x-7)^2}$

36. Если для любых двух значений аргумента, принадлежащих промежутку (a,b) большему из них соответствует большее значение функции, то функция $y = f(x)$ на (a,b) называется …

а) убывающей b) разрывна c) непрерывна **d) возрастающей**

37. Функция возрастает на заданном промежутке, если…

а) первая производная положительна

б) вторая производная положительна
в) первая производная отрицательна
г) первая производная равна нулю

38. График функции $y = f(x)$ называется выпуклым на промежутке (a,b) если…
а) он расположен не выше любой касательной, проведённой к её графику на (a,b)
b) он расположен не ниже любой касательной, проведённой к её графику на (a,b)
c) функция возрастает на промежутке (a,b)
d) функция убывает на промежутке (a,b)
39. Достаточным признаком выпуклости (вогнутости) графика функции внутри некоторого промежутка является…
а) отрицательное (положительное) значение второй производной функции на этом промежутке
b) положительное (отрицательное) значение второй производной функции на этом промежутке
c) перемена знака второй производной функции при переходе через некоторую точку
d) нет верного ответа
40. Если функция $f(x)$ дифференцируема в промежутке (a,b) и ее производная в этом промежутке положительна, то сама функция в этом промежутке...
a) принимает наибольшее значение
b) принимает наименьшее значение
c) убывает
d) возрастает

Тема 5. Основы интегрального исчисления

41. Если для данной функции $y = f(x)$ на некотором промежутке X выполняется равенство $F'(x) = f(x)$, то функция $F(x)$ называется...
a) интегралом
б) первообразной
в) производной
г) нет верного ответа
42. Если F (x) - первообразная для f(x), то совокупность функций F(x)+C, где C - произвольная постоянная, называется...
а) определенным интегралом
б) неопределенным интегралом
в) дифференциалом от функции $f(x)$ г) нет верного ответа
43.Действие нахождения первообразной называется...
а) интегрированием функции
б) дифференцированием функции
в) суммированием функций
г) нет верного ответа
44.Неопределенный интеграл от алгебраической суммы функций равен...
а) произведению интегралов от слагаемых функций
б) подынтегральной функции
в) сумме интегралов от слагаемых функций
г) нет верного ответа

45.Основная формула интегрального исчисления $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где *F(x)* - первообразная для *f(x)* называется...

а) формула Лагранжа

б) формула Ньютона - Лейбница

в) формула Коши

г) нет верного ответа

46.Интеграл с одинаковыми пределами интегрирования равен...

а) единице **б) нулю**

в) самому себе с противоположенным знаком г) нет верного ответа

47.Интеграл $\int x^2 \cos x dx$ равен

а) $\sin x - x\cos x + C$

б) $x^2 \sin x + 2(x\cos x - \sin x) + C$

в) $x^2 \sin x + 2x\cos x - \sin x + C$

г) $\sin x + 2x\cos x - \sin x + C$

48.Определенный интеграл $\int_1^{\text{å}} \frac{1}{\tilde{o}} dx$ равен

а) 3 **б) 1** в) 2 г) *e*

49.Определенный интеграл $\int_2^4 \left(x^3 + x\right)dx$ равен

а) 18 б) 33 в) 36 **г) 66**

50.Определенный интеграл $\int_{-5}^{-2} \frac{dx}{x^2 + 4x - 21}$ равен

а) -3 **б) 1** в) 3 г) 0

51.Площадь фигуры, ограниченной линиями $\acute{o} = \tilde{o}^2 - 6\tilde{o} + 8, \quad \acute{o} = 0$ равна

а) 10 кв.ед. **б) 4/3 кв.ед**. в) 12 кв.ед. г) 1/2 кв.ед.

52. Определенный интеграл $\int_5^5 \left(x^3 + \sqrt{\tilde{o}}\right)dx$ равен

а) 2.5 **б) 0** в) 25 г) 55

52. Определенный интеграл $\int_4^9 \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$ равен

а) 18 б) 20 в) 36 **г) 40**

Тема 6. Анализ функций многих переменных.

53. Пусть задана функция нескольких переменных $z = f(x_1, x_{2,\dots,} x_n)$, тогда называются...

а) $x_1, x_{2,\dots,} x_n$ –независимыми переменными, а z – зависимой переменной

b) $x_1, x_{2,\dots,} x_n$ – зависимыми переменными, а z –независимой переменной

c) $x_1, x_{2,\dots,} x_n$ и z – зависимыми переменными

d) $x_1, x_{2,\dots,} x_n$ и z – независимыми переменными

54. Графиком функции $z = f(x, y)$является...

а) поверхность

b) линия

c) гиперплоскость в n-мерном пространстве

d) парабола

55. Частная производная функции $z = 2x^3 + y^2 - 2xy + 1$ по переменной x равна…

а) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2y^2 - 2y$ **b)** $\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^2 - 2y$ c) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 + 2y - 2xy$ d) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 - 2y$

Тема 7. Дифференциальные уравнения (ДУ).

56. Решение дифференциального уравнения, записанное в виде $ó = \varphi(x, C_1, C_2 ... C_n)$**,** называется

а) частным решением ДУ **б) явным решением ДУ**

в) неявным решением ДУ г) нет верного ответа

57.Дифференциальное уравнение первого порядка имеет...

а) единственное решение **б) бесконечно много решений**

в) конечное число решений г) нет верного ответа

58.Задача Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $y' = -\frac{y}{x}$ и начального условия: $y=3$ при $x=2$ имеет вид

а) $xy=3$ б) $xy=C$ **в) *xy=6*** г) $xy=1$

59.Дифференциальные уравнения вида $y' + p(x)\, y = g\,(x)$ называются...

а) дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными

б) линейным дифференциальным уравнением первого порядка

в) линейным однородным дифференциальным уравнением

г) нет верного ответа

60.Общее решение для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $ó' = -\frac{õ}{ó}$ имеет вид

а) $xy=3$ **б) *xy=C*** в) $xy=6$ г) $xy=1$

61.Общее решение уравнения второго порядка $ó'' = -\frac{1}{õ^2}$ имеет вид

а) $ó = \ln x + C_1 x + C_2$ б) $ó = x + C_1 x + C_2$

в) $ó = \ln x + Cx + C$ г) $ó = \ln x + C_1 x^2 + C_2$

Тема 8. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность.

62.Комбинации, содержащие все элементы множества, отличающиеся друг от друга лишь порядком следования различных элементов, называются

а) сочетаниями;

б) размещениями;

в) размещениями с повторениями

г) **перестановками.**

63.Если наступление одного события не исключает появление другого, то такие события называются:

а) **совместными;**

б) зависимыми;

в) несовместными;

г) независимыми.

64.Вероятность достоверного события равна:

а**) 1**; б) $\frac{1}{2}$; в) 2; г) 0.

65.В группе, состоящей из 7-и девушек и 9-и юношей, случайным образом назначается дежурный. Вероятность того, что будет назначена девушка равна:

а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{1}{16}$; **в)** $\frac{7}{16}$**;** г) $\frac{7}{9}$.

66.В урне 8 белых, 5 синих и 2 красных шара. Вероятность того, что вынутый шар будет синего или красного цвета равна:

а) $\frac{13}{15}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{2}{45}$; **г)** $\frac{7}{15}$**.**

67.Вероятность совместного наступления двух независимых событий определяется как:

а) $P(A\cdot B)= P(A)+ P(B)$;

б) $\boldsymbol{P(A\cdot B)= P(A)\cdot P(B);}$

в) $P(A\cdot B)= P(A)\cdot P(B) - P(A)$;

г) $P(A\cdot B)= P(A)+ P(B) - P(A+B)$.

68.Вероятность попадания в мишень для первого стрелка – 0,5, а для второго – 0,7. Вероятность того, что оба стрелка попадут одновременно в мишень равна:

а) 0,35; б) 1,2; в) 0,12; г) $\frac{5}{7}$.

69.Сумма вероятностей событий A_1, A_2, …..A_n образующих полную группу, равна:

а) 1; б) 0; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{6}$

70.В ящике находятся 3 белых и 2 черных шара. Из ящика по очереди извлекаются два шара. Вероятность того, что первый из взятых шаров белый, а второй – черный равна:

а) $\frac{19}{25}$; **б)** $\frac{3}{10}$**;** в) $\frac{6}{25}$; г) 1.

71.Формула полной вероятности имеет вид:

а) $P(A)=\frac{P_{H_i}(A)}{P(A)}$;

б) $P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(\grave{A})$;

в) $P(A)=\frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(A)}$;

г) $\boldsymbol{P(A)} = P(H_i)P_{H_i}(A)$**.**

72.Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна…. а) 0,0081 **б)0,071** в)0,0091 г) 0,0060

73.Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,2. Наиболее вероятное число опоздавших среди 30 пассажиров равно:

а) 6; б) 3; в) 7; г) 5

74. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

i				

i	,2	,1	,3	4

Вероятность p_4 равна:

а) 0; б) 0,3; **в) 0,4**; г) 1.

75.Математическое ожидание дискретной случайной величины заданной рядом распределения

i	2		
i	,2	,5	,3

равно:

а) 1; б) 2; **в) 1,8**; г) 0.

76.Мода вариационного ряда 1,2,4,5,6,6,8 равна

а) 5 **б) 6** в) 1 г) 8

77. Коэффициентом вариации называют:

а) коэффициент исправленной дисперсии;

б) множитель в уравнении линии регрессии;

в) среднее арифметическое абсолютных отклонений;

г) выраженное в процентах отношение выборочного среднего квадратического отклонения к выборочной средней.

Вопросы для контроля самостоятельной работы:

1. Матрицы. Порядок матрицы. Линейные операции над матрицами.
2. Матрицы. Умножение матриц. Умножение матрицы-строки на матрицу-столбец. Скалярное произведение.
3. Определители. Свойства определителей. Определитель матрицы второго порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Определитель матрицы любого порядка.
4. Обратная матрица. Обращение матрицы.
5. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
6. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Системы линейных уравнений. Применение матриц для решения систем уравнений.
8. Приложения матричной алгебры к исследованию социально-экономических явлений и процессов. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Запас продуктивности модели Леонтьева.
9. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Использование модели для планирования производства.
10. Прямоугольные координаты на плоскости (R^2) Расстояние между двумя точками в R^2.
11. Прямая в R^2. Общее уравнение прямой. Частные случаи уравнений прямой.
12. Прямая в R^2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение прямых.
13. Прямая в R^2. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении. Прямая в R^2. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Взаимосвязь различных видов уравнений.

14. Прямая в R^2. Уравнение прямой в отрезках на осях. Взаимосвязь различных видов уравнений.

15. Множества. Основные числовые множества.

16. Понятие функции одной переменной. Область определения, множество значений. Обратная функция, сложная функция. Четные, нечетные, периодические функции.

17. Понятие функции одной переменной. Элементарные функции. Графики основных элементарных функций. Правила преобразования графиков функций.

18. Анализ функции одной переменной. Предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Сравнение бесконечно малых. Первый и второй замечательные пределы.

19. Анализ функции одной переменной. Непрерывность. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва.

20. Дифференциальные характеристики: производная первого порядка, дифференциал, их геометрический и физический смысл. Производная второго порядка.

21. Анализ функции одной переменной. Производная сложной функции.

22. Анализ функции одной переменной. Монотонность функции.

23. Исследование функции с помощью производной первого порядка. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума.

24. Исследование функции с помощью производной второго порядка. Перегиб. Выпуклость функции.

25. Приложения анализа функции одной переменной к задачам экономики. Особенность представления экономических функций. Функции спроса и предложения.

26. Определение точки балансового равновесия функций спроса и предложения аналитическим способом.

27. Приложения анализа функции одной переменной к задачам экономики. Дуговая и точечная эластичность.

28. Интегральное исчисление. Первообразная и ее свойства.

29. Основные методы интегрирования.

30. Основные классы интегрируемых функций.

31. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла.

32. Задача о непрерывных процентах.

33. Экспоненциальная модель роста.

34. Геометрический смысл дифференциальных уравнений 1-го порядка.

35. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

36. Общее и частное решения.

37. ДУ 1-го и 2-го порядка.

38. Простейшие дифференциальные уравнения.

39. ДУ *n*-го порядка.

40. ДУ со специальной правой частью.

41. Применение ДУ в исследовании экономических процессов.

42. Анализ функции многих переменных. Функция двух переменных, геометрическое представление. Область определения. Линии уровня.

43. Анализ функции многих переменных. Частные производные, полный дифференциал, их геометрический смысл для случая функции двух переменных.

44. Анализ функции многих переменных. Локальный экстремум, необходимое условие экстремума. Условный экстремум функции нескольких переменных

45. Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики. Производственная функция Кобба-Дугласа. Изокванты. Объем производства.

46. Производственная функция Кобба-Дугласа. Коэффициент заменяемости ресурсов.

47. Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики. Эластичность выпуска по труду и капиталу. Эластичность производства.

48. Классическое определение вероятности.

49. Условные вероятности.

50. Вероятность комбинаций событий.

51. Формула полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности. Формула Байеса.

52. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли.

53. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Функции Гаусса и Лапласа.

54. Теорема Пуассона.

55. Основные распределения СВДТ (равномерное, гипергеометрическое, геометрическое, Пуассона, биномиальное).

56. Распределения СВНТ: равномерное, экспоненциальное.

57. Нормальное распределение. Плотность и функция нормального распределения. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.

58. Цели и задачи статистического наблюдения.

59. Генеральная и выборочная совокупность. Виды выборок.

60. Характеристики положения и рассеяния.

61. Точечное и интервальное оценивание.

62. Доверительная вероятность.

63. Эмпирическая функция распределения.

64. Графическое изображение статистического распределения.

65. Вариационные ряды и их характеристики

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Формируемые компетенции

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика» утвержден и хранится на выпускающей кафедре.

Этапы освоения компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенций	Наименование этапа компетенции
ОПК-1	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической	ОПК-1.1	Способность применять инструментарий математики, теории вероятностей и математической статистики

	культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-1.2	Способность применять инструментарий математического анализа

Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапов их формирования установлены паспортами компетенций ОП ВО по специальности «Таможенное дело» (Приложение 1.2)

4.3.2 Типовые оценочные средства

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в виде экзамена. проводимого в 1 и 2 семестрах. Экзамен проводится в виде письменного ответа на вопросы билета, включающего три задачи по различным темам дисциплины, одна из которых имеет прикладной характер и (или) письменного тестирования.

Вопросы экзамена (1 семестр)

1. Матрицы. Порядок матрицы.
2. Линейные операции над матрицами.
3. Матрицы. Умножение матриц. Умножение матрицы-строки на матрицу-столбец.
4. Матрицы. Скалярное произведение.
5. Определители. Свойства определителей.
6. Определитель матрицы второго порядка.
7. Миноры. Алгебраические дополнения.
8. Определитель матрицы любого порядка.
9. Обратная матрица. Обращение матрицы.
10. Системы линейных уравнений.
11. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
12. Системы линейных уравнений. Матричная форма.
13. Теорема Кронеккера-Копелли.
14. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
15. Системы линейных однородных уравнений.
16. Применение матриц для решения систем уравнений.
17. Приложения матричной алгебры к исследованию социально-экономических явлений и процессов.
18. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
19. Запас продуктивности модели Леонтьева.
20. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Использование модели для планирования производства.
21. Арифметические векторы и действия над ними.
22. Коллинеарность, компланарность векторов.
23. Линейные операции над векторами.
24. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
25. Основы аналитической геометрии. Прямоугольные координаты на плоскости (R^2)
26. Расстояние между двумя точками в R^2.
27. Прямая в R^2. Общее уравнение прямой.
28. Прямая в R^2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

29. Взаимное расположение прямых.

30. Прямая в R^2. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении.

31. Прямая в R^2. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

32. Взаимосвязь различных видов уравнений.

33. Прямая в R^2. Уравнение прямой в отрезках на осях.

34. Расстояние от точки до прямой.

35. Множества. Основные числовые множества. Операции над множествами.

36. Понятие функции одной переменной. Область определения, множество значений.

37. Обратная функция, сложная функция.

38. Четные, нечетные, периодические функции.

39. Элементарные функции. Графики основных элементарных функций.

40. Анализ функции одной переменной. Предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Сравнение бесконечно малых.

41. Первый и второй замечательные пределы.

42. Анализ функции одной переменной. Непрерывность. Непрерывность функции в точке.

43. Точки разрыва. Классификация.

44. Дифференциальные характеристики: производная первого порядка, дифференциал, их геометрический и физический смысл.

45. Производная второго порядка.

46. Анализ функции одной переменной. Производная сложной функции.

47. Анализ функции одной переменной. Монотонность функции.

48. Исследование функции с помощью производной первого порядка. Локальный экстремум.

49. Необходимое и достаточное условия экстремума.

50. Исследование функции с помощью производной второго порядка.

51. Перегиб. Выпуклость функции.

52. Приложения анализа функции одной переменной к задачам экономики. Особенность представления экономических функций. Функции спроса и предложения.

53. Определение точки балансового равновесия функций спроса и предложения аналитическим способом.

54. Дуговая и точечная эластичность.

Вопросы экзамена (2 семестр)

1.Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла и правила интегрирования.

2.Таблица основных интегралов.

3.Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.

4.Неопределенный интеграл. Замена переменной.

5.Неопределенный интеграл. Подведение под знак дифференциала.

6.Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям.

7.Неопределенный интеграл. Интегрирование основных классов функций.

8.Интегрирование рациональных функций.

9.Неопределенный интеграл. Интегрирование основных классов функций.

10.Интегрирование тригонометрических функций.

11.Определенный интеграл. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

12.Определенный интеграл. Замена переменной в определенном интеграле.
13.Интегрирование по частям в определенном интеграле.
Несобственные интегралы.
14.Приложение интегрального исчисления к задачам геометрии и физики.
15.Приложение интегрального исчисления к задачам экономики.
16.Анализ функции многих переменных. Функция двух переменных, геометрическое представление.
17.Анализ функции многих переменных. Область определения. Линии уровня.
18.Анализ функции многих переменных. Частные производные, полный дифференциал, их геометрический смысл для случая функции двух переменных.
19.Анализ функции многих переменных. Локальный экстремум, необходимое условие экстремума.
20.Условный экстремум функции нескольких переменных
21.Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики.
22.Производственная функция Кобба-Дугласа. Объем производства.
23.Производственная функция Кобба-Дугласа. Коэффициент заменяемости ресурсов.
24.Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики.
25.Определение пределов объема производства. Изокванты.
26.Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики.
27.Эластичность выпуска по труду и капиталу. Эластичность производства.
28.Дифференциальные уравнения. Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
29.Дифференциальные уравнения. Экспоненциальная модель роста.
30.Геометрический смысл дифференциальных уравнений 1-го порядка. Общее и частное решения
31.Дифференциальные уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
32.Дифференциальные уравнения. Математические модели социально-экономических явлений и процессов.
33.ДУ 1-го порядка. Простейшие дифференциальные уравнения. Неполные
34.дифференциальные уравнения.
35.Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными.
36.Линейные уравнения. Однородные и неоднородные линейные ДУ.
37.Уравнения в полных дифференциалах.
38.Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка.
39.Дифференциальные уравнения высших порядков.
40. Случайные события. Понятия случайного события. Элементарные события.
Пространство исходов. Невозможное и достоверное событие. Диаграммы Венна.
41. Алгебра событий. Законы алгебры событий. Диаграммы Венна для операций и законов.
42. Элементы комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки).
43.Вероятностное пространство. Сущность и условия применимости
теории.вероятностей. Классическое определение вероятности.
44.Теоремы теории вероятностей. Вероятности комбинаций событий.
45.Геометрическое и статистическое определение вероятности. Основные свойства вероятности.
46.Условные вероятности. Формула условной вероятности. Зависимые и независимые события.

47.Вероятность комбинаций событий. Формулы умножения и суммы событий. Формула вероятности хотя бы одного из событий, независимых в совокупности.
48.Полная вероятность. Формула полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
49.Повторные независимые испытания. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Вычисление вероятностей $P_n(k)$ и $P_n(m_1 \le k \le m_2)$.
50.Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Функции Гаусса и Лапласа.
51.Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Дискретные и непрерывные случайные величины.
52.Способы задания случайных величин дискретного типа. Функция распределения.
53.Характеристики положения (центральной тенденции): математическое ожидание, мода. Свойства математического ожидания.
54.Характеристики рассеяния: размах, дисперсия, СКО. Свойства дисперсии.
55.Случайные величины непрерывного типа (СВНТ). Функция и плотность распределения. Свойства функции и плотности распределения.
56.Основные законы распределения. Основные распределения СВДТ (равномерное, гипергеометрическое, геометрическое, Пуассона, биномиальное).
57.Распределения СВНТ: равномерное, экспоненциальное.
58.Нормальное распределение. Плотность и функция нормального распределения. Функции Гаусса и Лапласа.
59.Основные задачи, связанные с нормальным распределением.
60.Закон больших чисел и предельные теоремы. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.
61.Неравенство Чебышева.
62.Особая роль нормального распределения: центральная предельная теорема.
63.Основные виды многомерного статистического анализа. Линейная регрессионная модель. Задачи линейного регрессионного анализа.
64.Корреляционный анализ. Связь корреляционного и регрессионного анализа.
65.Понятие о факторном, дискриминантом и кластерном анализе

Контрольная работа «Приложение математического анализа функций многих переменных к задачам экономики и управления»

Цели: Изучение основных математических понятий теории функций многих переменных на примере производственной функции Кобба—Дугласа; изучение экономических понятий, связанных с производственной функцией; интерпретация математических и экономических понятий, связанных с производственной функцией, с целью управления.

Задачи самостоятельной работы.

1. Построить график производственной функции Кобба—Дугласа $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ в заданной области ее определения $K = \{K_{\text{мин}}, K_{\text{макс}}\}$ и $L = \{L_{\text{мин}}, L_{\text{макс}}\}$ в виде семейства изоквант.

2. Построить касательные к изоквантам в точках производства, отвечающих заданной величине вложенного капитала $K = K_0$.

3. Дать интерпретацию математических понятий, связанных с изоквантами производственной функцией и касательным к ним.

4. Рассчитать выпуск продукции, а также предельные продукты труда и капитала для производства с заданными показателями (K_0, L_0).

5. Рассчитать коэффициент заменяемости ресурсов для производства с данными показателями.

6. Рассчитать эластичность выпуска по труду и капиталу, производства в целом.

Дать интерпретацию экономических понятий по пп. 4—6, сделать выводы по эффективности производства, характеризуемого заданной производственной функцией, и возможности управления с целью повышения его эффективности.

Контрольная работа "Определение точечных и интервальных оценок нормально распределенной случайной величины

Цель работы Освоение понятий математической статистики и приемов первичной обработки данных.

Пример выполнения:

Дана выборка объемом n=50 в виде пяти столбцов по 10 наблюдений (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Выборка нормально распределенной величины

0.058	0.069	0.078	0.046	0.048
0.067	0.045	0.050	0.072	0.055
0.033	0.078	0.060	0.094	0.091
0.085	0.041	0.080	0.068	0.096
0.057	0.077	0.052	0.040	0.028
0.077	0.083	0.089	0.081	0.070
0.055	0.045	0.092	0.081	0.011
0.042	0.049	0.066	0.097	0.045
0.021	0.046	0.041	0.045	0.052
0.086	0.077	0.032	0.069	0.066

Обработку данных проводим в следующей последовательности.

1. Находим минимальное и максимальное значения вариационного ряда (вариант) по выборке: x_{min}=0.011; x_{max}=0.097.

2. Выбираем число интервалов. Согласно формуле Старджеса, рекомендуемое число интервалов m=1+3.322lg$n$, а величина интервала (интервальная разность, ширина интервала) Δx=(x_{max}-x_{min})/(1+3.322lg$n$). Получаем: m=1+3.322lg50=6.664, Δx=(0.097-0.011)/6.664=0.013. Принимаем более удобную для расчета ширину интервала Δx=0,014. За начало первого интервала рекомендуется брать величину $x_{нач}$=x_{min}-Δx/2. Имеем: $x_{нач}$=0,011-0,014/2=0,004.

3. Проводим группировку данных по семи полуоткрытым интервалам, путем просмотра выборки и записи вариант в соответствующую строку группировочной таблицы (для всех вариант записывем только две последние цифры, т.е. умножаем их на 1000, для сокращения записи)

— [0,004 - 0,018): 11;
— [0,018 - 0,032): 21;28;
— [0,032 - 0,046): 33;42;45;41;45;41;32;40;45;45;
— [0,046 - 0,060): 58;57;55;49;46;50;52;46;48;55;52;
— [0,060 - 0,074): 67;69;60;66;72;68;69;70;66
— [0,074 - 0,088): 85;77;86;78;77;83;77;78;80;81;81;
— [0,088 - 0,102): 89;92;94;97;91;96.

Видно, что полученная в результате группировочная таблица образует своего рода гистограмму распределения случайной величины (ориентированную горизонтально).

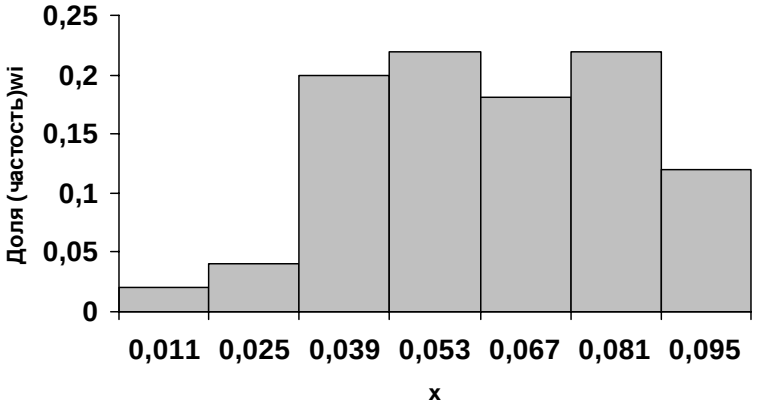
4. Сгруппированный ряд представляем в виде таблицы для дальнейших расчетов (табл. 2). Проверку правильности группировки производим по сумме частот для интервалов вариант (она должна быть равна объему выборки).

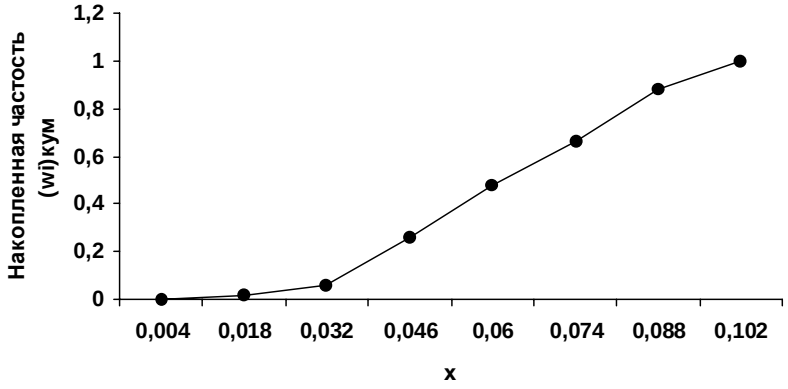
Т а б л и ц а 2

Сгруппированный ряд

Интервал вариант		Частота	Частость	Накоплен-ная частота	Накоплен-ная частость
i	x	n_i	$w_i=n_i/n$	$(n_i)_{кум}$	$(w_i)_{кум}$
1	0,004 - 0,018	1	0,02	1	0,02
2	0,018 - 0,032	2	0,04	3	0,06
3	0,032 - 0,046	10	0,20	13	0,26
4	0,046 - 0,060	11	0,22	24	0,48
5	0,060 - 0,074	9	0,18	33	0,66
6	0,074 - 0,088	11	0,22	44	0,88
7	088 - 0,102	6	0,12	50	1,00
Сумма		50	1,00	-	-

5. Строим гистограмму и кумуляту (с. 269 Кремер)





Выводы: Гистограмма и кумулята распределения случайной величины близки к дифференциальной и интегральной функциям нормального распределения.

6. Находим приближенную оценку медианы (по кумуляте):Me=0,060

Уточненное значение медианы определяем по вариационному ряду как среднее между 25 и 26-й ее вариантой: x_{25}=0,060; x_{26}=0,066 Me=0,063

7. Для расчета оценок математического ожидания и дисперсии прибегаем к упрощенному способу, при котором используем не первоначальные варианты x_i, а новые варианты u_i: $u_i = \frac{x_i - c}{k}$,

где c и k — постоянные. Постоянную k принимаем равной 0,001, постоянную c — равной середине 4-го (серединного) интервала c=(0,046+0,060)/2=0,053. Результаты сводим в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Таблица расчета точечных оценок математического ожидания и дисперсии

i	Интервал x	x_{cpi}	u_{cpi}=(x_i-0,053)/0,001	n_i	$u_{cpi}n_i$	$(u_{cpi})^2 n_i$
1	0,004 - 0,018	0,011	-42	1	-42	1764
2	0,018 - 0,032	0,025	-28	2	-56	4568
3	0,032 - 0,046	0,039	-14	10	-140	1960
4	0,046 - 0,060	0,053	0	11	0	0
5	0,060 - 0,074	0,067	14	9	126	1764
6	0,074 - 0,088	0,081	28	11	275	8624
7	088 - 0,102	0,095	42	6	252	10584
Сумма			0	50	415	26264

В итоговой строке табл. 3 находим $\Sigma u_{cpi}n_i$=415, $\Sigma(u_{cpi})^2 n_i$=26264.

Оценка математического ожидания (среднего):
M[U]= $\Sigma u_{cpi}n_i / n$ = 415 / 50 = 8,3.
Оценка дисперсии:
var[U]= $\Sigma(u_{cpi})^2 n_i / n$ - (M[U])^2 = 26264/50 - (8,3)^2 = 456,39.
Переходя к исходной случайной величине $X=kU+c$, получаем:
M[X] = 8,3*0,001+0,053 = 0,0613
Var[X]= Var[U]*k^2 = 0,0004564
Несмещенную оценку дисперсии находим по формуле:
$s^2[X]=(n/(n-1))$*Var[X] = (50/(50-1))*0,0004564=0,0004657,
отсюда $s[X]= (s^2[X])^{1/2}$ = 0,02158.
8. Доверительные интервалы для математического ожидания (среднего)
$\bar{x} - \Delta \le \bar{x}_0 \le \bar{x} + \Delta$,
где $\Delta = ts_{\bar{x}}$.

Стандартная ошибка выборки: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,02158}{\sqrt{50}} = 0,00305$

На уровне доверительной вероятности P=0,95 при объеме выборки n=50 t=2,01 и на уровне P=0,99 t=2,68 (с. 530 Кремер).
Получаем:

$\Delta_{0,95} = 2,01 s_{\bar{x}} = 0,0061$

$\Delta_{0,99} = 2,68 s_{\bar{x}} = 0,0082$

отсюда $\bar{x}_0 \in (0,0552; 0,0674)$ на уровне доверительной вероятности 0,95 и $\bar{x}_0 \in (0,0531; 0,0695)$ на уровне доверительной вероятности 0,99.

Выводы: с надежностью 0,95 среднее генеральной совокупности заключено в границах от 0,0552 до 0,0674 и с надежностью 0,99 — от 0,0531 до 0,0695.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме устного ответа на вопросы и письменного тестирования.

Шкала оценивания: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования описание шкал оценивания

Таблица 5

Наименование темы (раздела)	**Код этапа освоения компетенции**	**Критерии оценивания**	**Оценка (баллы)**
1.Линейная алгебра 2. Векторная алгебра 3. Основы аналитической геометрии на плоскости. 4.Введение в анализ Дифференциальное исчисление функций одной переменной 5.Основы интегрального исчисления 6.Анализ функций многих переменных. 7. Дифференциаль-ные уравнения (ДУ). 8.Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. 9.Основы математической статистики	ОПК-1	Студент владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, приводит точные расчеты, умеет анализировать, сравнивать, классифициро-вать, обобщать, конкретизиро-вать и систематизировать изученный материал, устанавливать причинно-следственные связи; четко фор-мирует ответы, решает прик-ладные экономические задачи повышенной сложности; увязывает теоретические аспекты предмета с задачами практического экономического анализа. Студент владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы; самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы билета; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает серьезных ошибок в ответах; умеет решать легкие и средней тяжести про-	5 (отлично) 4 (хорошо) 3 (удовлет-ворительно)

		изводственные прикладные задачи, в целом дает правильную экономическую интерпретацию полученных результатов. Студент владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе решения допускаются вычислительные ошибки; способен решать лишь наиболее легкие задачи, владеет только обязательным минимумом методов исследований, при экономической интерпретации полученных результатов допускает ошибки. Студент не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах, не может выполнить простейших вычислений и проинтепретировать экономически полученный результат.	2 (неудовлет-ворительно)

4.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности характеризующие этапы формирования компетенций

Изучение дисциплины в первом и втором семестрах завершается дифференцированными зачетами, которые проводится по содержанию соответствующих тем дисциплины и результатам выполнения расчетно-графической (в первом семестре) и контрольной (во втором семестре) работ. В третьем семестре изучение дисциплины предполагает выполнение контрольной работы и завершается – экзаменом.

В самом начале учебного курса желательно ознакомиться со следующей учебно-методической документацией:

- программой дисциплины;
- перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
- тематическими планами лекций, практических занятий;
- контрольными мероприятиями;

– учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

– перечнем примерных вопросов к зачету или экзамену.

Непосредственная подготовка к зачету или экзамену осуществляется по вопросам, представленным в данной рабочей программе.

Необходимо тщательно изучить формулировку каждого вопроса, вникнуть в его суть, желательно составить план ответа. Обычно план включает в себя:

— выделение теоретической и практической значимости рассматриваемого вопроса;

— формулировку основных определений и теорем;

— выделение базовых формул;

— решение заданий билета;

— экономическая интерпретация полученных результатов (при решении прикладных задач).

Необходимо отметить для себя пробелы в знаниях, которые следует ликвидировать в ходе подготовки, для чего возможно обратиться за консультацией к преподавателю.

В курсе «Математика» изучаются основы математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач анализа социально-экономических процессов с применением методов системного анализа и математического моделирования;

Обучение по дисциплине «Математика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции, практические и лабораторные работы) и самостоятельной работы студентов, проведение контрольных мероприятий.

Лекция – основной способ подачи теоретического учебного материала. Перед лекцией возможно представление электронной версии структурно-логической схемы лекции или презентации, выполненной с использованием программы Power point.

Практические занятия направлены на формирование умений и навыков решения задач, выполнения вычислений, расчетов по рассматриваемым темам. Также в процессе практических занятий систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике.

Лабораторные работы по математике могут быть как письменными, так и выполнятся на ЭВМ.

Индивидуальное консультирование студентов по вопросам изученного материала, вызывающим затруднения, проходит во время индивидуальных занятий, проводимых в соответствии с кафедральным графиком.

Текущий контроль успеваемости студентов. Текущий контроль знаний студентов по дисциплине «Математика» проводится в соответствии с Уставом Академии, Положением о текущей аттестации студентов по программам ВО.

Промежуточная аттестация студентов.

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Математика» проводится в соответствии с Уставом Академии, Положением о промежуточной аттестации студентов по программам ВПО. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в соответствии с Учебным планом в форме экзамена. Студенты допускается к промежуточной аттестации по дисциплине в случае выполнения ими учебного плана по дисциплине: выполнения всех заданий и мероприятий, предусмотренных программой дисциплины (по формам текущего контроля).

Виды и формы отработки пропущенных занятий

Студент, пропустивший два занятия подряд, допускается до последующих занятий на основании допуска.

Студент, *пропустивший лекционное занятие*, обязан предоставить конспект соответствующего раздела учебной и дополнительной литературы (основной и дополнительной) по рассматриваемым вопросам в соответствии с программой дисциплины.

Студент, *пропустивший практическое занятие*, отрабатывает его в форме письменной работы (аудиторной или домашней) с выборочным выполнением заданий по теме пропущенного занятия.

Студент, *пропустивший лабораторное занятие*, отрабатывает его в форме письменной работы (аудиторной) с обязательным представлением отчета о выполненных заданиях.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучение по дисциплине «Математика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции, практические и лабораторные работы) и самостоятельной работы студентов. Практические занятия дисциплины «Математика» предполагают их проведение в различных формах с целью закрепления полученных знаний, выработки практических умений, навыков его использования, формирования компетенций, проведения контрольных мероприятий.

С целью успешного обучения студент обязан заниматься самоподготовкой ко всем формам учебных занятий. Готовиться к практическим занятиям можно индивидуально, парами или в составе малой группы. При подготовке к занятиям можно пользоваться консультативной помощью преподавателя.

Подготовка к лекции заключается в:

– внимательном прочтении материала предыдущей лекции;

– знакомстве с темой предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);

– предварительном знакомстве с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

– уяснении места изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

– записи возможных вопросов для преподавателя на лекции.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам заключается в*:*

– внимательном прочтении теоретического материала лекций относящихся к данному занятию, изучении учебного материала по учебнику и учебным пособиям;

– выписке основных определений, теорем, алгоритмов и формул;

– ответа на контрольные вопросы по теоретическому материалу;

– выполнении письменной части домашнего задания (вначале желательно выполнить задания с ориентацией на приведенный результат, затем переходить к выполнению контрольных заданий);

– определении, какие учебные элементы остались для вас неясными и получении на них ответа заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя.

Выполнение контрольных (письменных) работ.

Контрольная работа «Приложение математического анализа функций многих переменных к задачам экономики и управления» является обязательной для выполнения и представляется на кафедру не позднее 3-х дней до проведения зачета.

Работа оформляется в любом исполнении (рукописном, компьютерном) на листах формата А4. Работа должна содержать все необходимые пояснения и выводы. Страницы должны быть пронумерованы. Формулы должны содержать расшифровку принятых обозначений. Графическая часть выполняется на миллиметровой бумаге, содержит все компоненты и пояснения выполненных построений. Не допускается выполнение графической части средствами компьютерной графики.

Контрольная работа "Определение точечных и интервальных оценок нормально распределенной случайной величины является обязательной для выполнения и представляется на кафедру не позднее 5-и дней до проведения экзамена.

Работа оформляется в любом исполнении (рукописном, компьютерном) на листах формата А4. Работа должна содержать все необходимые пояснения и выводы. Страницы должны быть пронумерованы. Формулы должны содержать расшифровку принятых обозначений. Графическая часть выполняется средствами компьютерной графики, содержит все компоненты (легенды) и пояснения выполненных построений.

Подготовка к экзамену.

К итоговой аттестации в форме экзамена необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и семинарских занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи зачета и экзамена.

Необходимо иметь в виду, что к сдаче экзамена допускаются лишь студенты полностью выполнившие учебный план изучения дисциплины и не имеющие задолженности по представлению контрольных работ.

Предварительная подготовка включает знакомство с учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, семинарских занятий; контрольными мероприятиями; учебниками, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами; перечнем экзаменационных вопросов. При подготовке к аттестации необходимо иметь четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми необходимо овладеть при изучении дисциплины.

Также на предварительном этапе необходимо проверить полноту, правильность и аккуратность конспектов занятий, систематизировать материалы самостоятельной и индивидуальной работы.

При подготовке материалов по перечню конкретных вопросов зачета и экзаменационных вопросов необходимо вначале разобрать теоретические основы учебного материала, выучить формулировки основных определений, теорем, формул. После проработки теоретического материала необходимо просмотреть различные задания практического содержания, отработать выполнение основных математических действий темы, уделить внимание экономической интерпретации получаемых результатов. Наиболее проблемные вопросы необходимо выделить и получить по ним консультацию преподавателя.

На заключительном этапе подготовки необходимо провести обзор всего изученного материала, проанализировать последовательность и взаимосвязь всех изученных разделов (модулей) дисциплины.

6. УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА И РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Основная литература

Таблица 7

№	автор	Название издания	Издательство	Год издания	Сведения о наличии в библиотеке	
					Печатная форма (общее количество экземпляров в библиотеке Филиала)	Ссылка на ЭБС Академии
1	Н.Ш. Кремер	Высшая математика для экономического бакалавриата 5-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум	Юрайт	2014		http://www.biblio-online.ru/thematic/?7&id=urait.content.EDF405ED-E895-42DE-9744-ED48C83187DC&type=c_pub
2	Попов А.М., Сотников В.Н.	Высшая мате-матика для экономистов 2-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум	Юрайт	2014		http://www.biblio-online.ru/thematic/?3&id=urait.content.4AC6D210-49AB-4D97-8E60-C4D12ADCBF32&type=c_pub
3	Шипачев В.С.	Высшая математика. 4-е изд., испр. и доп. Учебник для акаде-мического бакалавриата	Юрайт	2016		https://www.biblio-online.ru/book/EBCB26A9-BC88-4B58-86B7-B3890EC6B386
4	Кремер Н.Ш.	Теория веро-ятностей и математическая статистика 4-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для академии-ческого бакалавриата	Юрайт	2015		http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.91BA66CC-FD05-4E65-94A5-04EF111DCD9A&type=c_pub
5	Гмурман В.Е.	Теория веро-ятностей и математическая статистика 12-е изд.	Юрайт	2016		http://www.biblio-online.ru/thematic/?8&id=urait.content.CC12815A-568B-4A42-8FE2-BC6F4D82ACB4&t

						ype=c_pub
6	Гмурман В.Е.	Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике 11-е изд., пер. и доп.	Юрайт	2016		http://www.biblio-online.ru/thematic/?9&id=urait.content.12A6BE84-CE64-4474-A708-02D4FE6D4E33&type=c_pub
7	Под ред. Н.Ш. Кремера	Высшая математика для экономистов: Учебник	М.: ЮНИТИ-ДАНА	2010, 2006, 1998	243	
8	Под ред. Н.Ш. Кремера	Высшая математика для экономистов: Практикум	М.: ЮНИТИ-ДАНА	2010	109	

6.2. Дополнительная литература

Таблица 8

№	автор	Название издания	Издательство	Год издания	Сведения о наличии в библиотеке	
					Печатная форма(кол-во в библиотеке)	Ссылка на ЭБС Академии
1	Филонов А.Г.	Практикум по математике. Часть 1: Учебно-методическое пособие	Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС	2012	71	
2	Под ред. А.Г. Филонова	Практикум по математике: часть 2: учебно-методическое пособие	Изд-во ОРАГС	2010	103	
3	Афонина Т.Н.	Линейная алгебра: Учебно-методическое пособие	Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС	2013	160	
4	Кремер Н.Ш.	Теория вероятностей и математическая статистика	ЮНИТИ-ДАНА	2000, 2004, 2009	100	

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Для проведения текущего контроля самостоятельной подготовки используются работы, примерное содержание которых и инструкции по выполнению содержатся в сборниках методических материалов:

1. Афонина Т.Н. Приложение элементов линейной алгебры к задачам экономики и управления. Методические указания. — Орел: ОРАГС, 2000. — 64 с.
2. Дьяченко С.А. Математика: учебно-методическое пособие. – Орел: Изд-во ОРАГС, 2007–72с.
3. Лясковская О.В. Статистический анализ данных: Лабораторный практикум. – Орел Изд-во ОРАГС, 2009. – 78с.
4. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD – Математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.
5. Практикум по высшей математике: части 1, 2. Учебно-методическое пособие/ Под общ.ред.проф. Филонова А.А. – Орел:ОРАГС, 2009.-96с.
6. Шуметов В.Г. Приложение математического анализа к задачам экономики и управления. Часть 1. Функции одной переменной: Методические указания (компьютерная форма). — Орел: ОРАГС, 1999. — 19 с.
7. Шуметов В.Г. Приложение математического анализа к задачам экономики и управления. Часть 2. Функции многих переменных: Методические указания (компьютерная форма). — Орел: ОРАГС, 1999. — 24 с.

К самостоятельному виду работы студентов относится работа в библиотеках, в электронных поисковых системах и т.п. по сбору материалов, необходимых для проведения практических занятий или выполнения конкретных заданий преподавателя по изучаемым темам.

6.4.Интернет-ресурсы

1. http://mon.gov.ru/ - официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
2. Официальный портал СИУ РАНХиГС. URL: orel.ranepa.ru.
3. http://elibrary.ru/ - Научная электронная библиотека.
4. http://karataev.nm.ru/solvers - on-line решатели типовых задач: решение системы линейных алгебраических уравнений, квадратного уравнения, обращение матрицы и др.
5. Система архивации файлов WinRAR. URL: http://www.win-rar.ru/study/.
6. http://www.mathtest.ru/ - on-line тесты по разным разделам математики для школьников и студентов начальных курсов.
7. http://www.mccme.ru/free-books/ - бесплатные электронные книги по различным направлениям математики и программирования.
8. www.elibrary.ru – Электронная библиотека журналов
9. http://www.school.edu.ru/ - Российский общеобразовательный портал.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

Таблица 9

Материально-техническая база

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 302001, Орловская область, г.Орёл, ул. Панчука, д.1, Литер А1	Столы ученические-25, стулья-49, аудиторная доска трехстворчатая меловая-1, видеопроектор acer m342, экран с эл. приводом Screen Media Champion 229x305.	ГК 035410000801-4000043-0010007- 43-0010007-01 от 30.01.2015
Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, лабораторных занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 302001, Орловская область, г.Орёл, ул. Панчука, д.1, Литер А1	Столы-13, стулья-25, кафедра настольная-1, аудиторная доска меловая, трехстворчатая-1, шкаф металлический, двухстворчатый-1 Ноутбуки Lenovo g505 – 25 шт. в составе: Процессор AMD E1-2100 APU 1GHz, ОЗУ 4 Gb, Жесткий диск 500Gb, ОС windows 8.1 – 15 шт. Лицензии на програмное обеспечение: Microsoft Windows 8.1 Professional - OPEN License № 62760494 от 03.12.2013 Office Std 2013 - OPEN License №62760467 от 03.12.2013 Office Professional Plus 2007 - OPEN License №47729487 от 25.11.2010 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows - Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition. 250-499 Node 2 year Educational Renewal License до 03.01.2018, лицензии GNU LGPL license	ГК 030-0010007-01 от 20.12.2014
Компьютерный класс (аудитория для выполнения самостоятельной работы) /Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа,	Столы компьютерные-16, столы ученические-11, стулья для компьютеров-15, стулья-22, кафедра настольная-1, аудиторная доска трехстворчатая меловая-1. компьютеры - 15 шт. в составе: системный блок: процессор AMD A4-6300 3.7 GHz, ОЗУ 8Gb,	ГК 0354100008016000010-0010007- 01 от 22.08.2016.

курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 302001, Орловская область, г.Орёл, ул. Панчука, д.1, Литер А1	жесткий диск 500Gb, монитор ViewSonic VA2261-2, ОС windows 8.1 ОС windows 8.1 профессиональная. Лицензии на програмное обеспечение: Microsoft Windows 8.1 Professional - OPEN License № 62760494 от 03.12.2013 Office Professional Plus 2007 - OPEN License №47729487 от 25.11.2010 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows - Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition. 250-499 Node 2 year Educational Renewal License до 03.01.2018, лицензии GNU LGPL license	
Помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования	Комплекты специализированной мебели для хранения оборудования.	

Таблица 10

Перечень программного обеспечения, необходимого для реализации дисциплины «Математика»

Наименование программного обеспечения	**Назначение и тип лицензии программного обеспечения**
7-Zip	Архиватор с высокой степенью сжатия. Свободная лицензия
Adobe reader – Russian	Просмотр, печать и внесение аннотаций в документы PDF. Свободная лицензия
Adobe Acrobat Reader DC–Russian	Чтение, печать и рецензирование файлов PDF. Свободная лицензия
DIA	Свободный кросс платформенный редактор диаграмм, часть GNOME Office. Свободная лицензия
Google Chrome	Браузер. Свободная лицензия
Microsoft Visual C++ 2005 redistributable Microsoft Visual C++ 2008 redistributable - x64 9.0.30729.6161 Microsoft Visual C++ 2008 redistributable - x64 9.0.60729.4148 Microsoft Visual C++ 2008 redistributable – x86 9.0.30729 Microsoft Visual C++ 2008 redistributable – x86 9.0.30729.4148 Microsoft Visual C++ 2008 redistributable – x86 9.0.30729.6161 MicrosoftVisualC++ 2008, экспресс-выпуск – пакет обновления 1(SP1) – Rus	Интегрированная среда разработки приложений на языке C++. Свободная лицензия

Microsoft Visual C++ 2010 x64 redistributable – 10.0.40219 Microsoft Visual C++ 2010 x86 redistributable – 10.0.40219 Microsoft Visual C++ 2010 x86 redistributable – 10.0.40219 Microsoft Visual C++ 2012 redistributable (x64) – 11.0.51106 Microsoft Visual C++ 2013 redistributable (x64) – 12.0.30501	
Mozilla FireFox	Браузер. Свободная лицензия
Opera	Браузер. Свободная лицензия
Oracle VM VirtualBox	Программный продукт виртуализации для операционных систем MicrosoftWindows, Linux, FreeBSD, Mac OS X,Solaris/OpenSolaris, ReactOS, DOS и других. Свободная лицензия
Ramus Educational	Может быть использован для создания диаграмм в формате IDEF0 и DFD. Ramus Education использует формат файлов полностью совместимый с форматом файла коммерческой версии Ramus. Свободная лицензия
Word Tabulator	Предназначена для анализа текстов в среде MS Windows. Свободная лицензия
Yandex Браузер	Браузер.Свободная лицензия
SPSS Statistics 22 for Windows	Компьютерная программа для статистической обработки данных, предназначенных для проведения прикладных исследований в социальных науках. Лицензированная версия
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Антивирус - Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition. 250499 Node 2 year Educational Renewal License – лицензия до 2018-01-03. Лицензированная версия
Windows XP Professional Windows 7 Professional Windows 8 Pro Windows 8.1 Pro	Операционные системы. Лицензированная версия
WindowsServer 2003 R2 WindowsServer 2008 Std/Ent Windows Server Enterprise 2008 R2 Windows Server 2012 Essentials WindowsServer 2012 Standard	Серверные операционные системы. Лицензированная версия
Office Professional Plus 2007 (Access 2007, Communicator 2007, Excel 2007, InfoPath 2007, Outlook 2007, PowerPoint 2007, Publisher 2007, Word 2007) **Office Professional Plus 2010** (Microsoft Excel 2010, Microsoft Outlook 2010, Microsoft PowerPoint 2010, Microsoft Word 2010, Microsoft Access 2010,	Пакет офисных приложений. Лицензированная версия

Microsoft InfoPath 2010, Microsoft Communicator, Microsoft Publisher 2010, Microsoft OneNote 2010, Microsoft SharePoint Workspace 2010) **Office Standard 2007** Word 2007, Excel 2007, PowerPoint 2007, Outlook 2007) **Office Standard 2010** Word 2010, Excel 2010, PowerPoint 2010, OneNote 2010, Outlook 2010, Publisher 2010) **Office Standard 2013** (Microsoft Office Word 2013, Microsoft Excel 2013, Microsoft PowerPoint 2013, Microsoft OneNote 2013, Microsoft Publisher 2013, Microsoft Outlook 2013)	
“ДЕЛО-предприятие” под СУБД MS SQL Server	Система электронного документооборота (СЭД). Версия для учебных заведений
СПС Консультант Плюс	Справочно-правовая система. Лицензированная версия